



TITLE:

反対称化分子動力学による重イオン反応の研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

小野, 章

CITATION:

小野, 章. 反対称化分子動力学による重イオン反応の研究. 京都大学, 1995, 博士(理学)

ISSUE DATE:

1995-03-23

URL:

<https://doi.org/10.11501/3099590>

RIGHT:

反対称化分子動力学による重イオン反応の研究

京都大学大学院理学研究科物理学第二専攻

小野 章

概要

AMD（反対称化分子動力学）はガウス波束のスレーター行列式で核子多体系を記述し、時間依存変分原理に基づいて時間発展を決定する枠組みであるが、それに確率的な二核子衝突を取り入れることにより、重イオン反応の微視的シミュレーション法として定式化する。その際、核子の物理的な座標の導入が重要な役割を果たす。そして、その AMD を中間エネルギー領域での重イオン衝突に応用していくが、まず、 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突でのフラグメント生成などの反応機構に注目する。特に、生成されるフラグメントの質量数分布はシェル効果まで含めてよく再現される。また、30 MeV/u 程度の反応での入射核破碎反応について議論し、多体的な確率的衝突過程を導入することによりこの反応が再現できることを示す。次に、数十 MeV/u から 150 MeV/u 程度以下の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突と $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突でのフロー（運動量の集団的な横方向への流れ）を詳しく研究する。核子だけでなくフラグメントのフローにも着目することにより、フロー生成の機構を反応機構と関係づけて議論する。フローの確率的衝突断面積依存性はフラグメントの運動量分布のレベルから理解される。運動量に依存する平均場と軟らかい核物質の状態方程式を与える Gogny 力を用いた計算では、フローの実験データの様々な特徴がよく再現されるのに対し、運動量に依存しない平均場と硬い状態方程式を与える SKG2 力はフローの実験データと矛盾することが示される。

目次

§ 1	はじめに	3
§ 2	AMD の枠組み	8
2.1	波動関数と運動方程式	8
2.2	フラグメントのゼロ点振動の運動エネルギー	9
2.3	確率的衝突過程	11
2.3.1	物理的座標	11
2.3.2	確率的衝突の手続き	13
2.3.3	確率的衝突断面積	14
2.4	有効相互作用と原子核の基底状態	16
2.5	AMD シミュレーションの手続き	20
§ 3	フラグメント生成と確率的衝突過程	21
3.1	フラグメントの質量数分布	21
3.2	入射核破碎反応	24
3.3	スペクトルの低エネルギー部分	27
§ 4	核子とフラグメントのフロー	29
4.1	フローについて	29
4.2	衝突の全体像	31
4.3	フローの生成機構	36
4.3.1	フローの計算結果と実験との比較	36
4.3.2	二成分のフロー	38
4.3.3	軽いフラグメントの生成機構とフロー	38
4.4	フローの確率的衝突断面積依存性と有効相互作用依存性	40
4.4.1	確率的衝突断面積依存性	40
4.4.2	有効相互作用依存性と核物質の状態方程式	45
§ 5	まとめと今後の展望	48
付録		51
A	ハミルトニアン of 期待値と微分	51
B	密度依存相互作用の計算方法	54
C	核物質の状態方程式の表式	56
D	AMD における統計的性質の計算方法	56

§ 1. はじめに

重イオン反応では、入射エネルギーや衝突パラメータに応じて様々な反応機構が現れる。核子当たりの入射エネルギーが 10 MeV 程度以下の低エネルギー重イオン衝突では、中心衝突で融合反応が起こるのに対し、入射エネルギーが上がって系に持ち込まれるエネルギーが増すにつれ、多くの核子やフラグメント（破砕片）が生じるようになる。特に、一イベントで多数の中間的な質量をもつフラグメントが生じる多重破砕現象については、核物質が膨張する際の液相気相相転移と関係づける議論もあり興味深い。一方、周縁衝突では、低エネルギーでは入射核と標的核がその原型を保ったままエネルギーの散逸を起こす深部非弾性散乱が起こるのに対し、エネルギーが高くなると、入射核と標的核の重なった部分だけが中心衝突と同様に激しく反応してそれぞれの核から取り除かれるという入射核（標的核）破砕反応が起こる。このように、低エネルギーの現象は、いくつかの限られた自由度によって本質的な部分は記述できるのに対し、中高エネルギー重イオン衝突では、フラグメント生成に代表されるように、多くの自由度が活性化して複雑で多彩な反応機構が出現する。そのような反応機構とそれらの間の移り変わりを系統的に調べることは、中高エネルギー重イオン衝突の研究の第一の課題である。

また、中高エネルギー重イオン反応では、入射核と標的核が重なり合うことにより高密度状態が中間状態として生成されるが、その点は軽イオン核反応のようなほかの原子核反応にはない特徴である。つまり、中高エネルギー重イオン衝突は、人間の手により高温高密度核物質を生成する唯一の手段であり、重イオン衝突の研究を通じて極限状態下の核物質の性質に迫れるのではないかと期待される。特に、高エネルギー重イオン衝突では、入射ビームに対して垂直な横方向への運動量の集団的な流れ（フロー）が実験的に観測され、高密度核物質の状態方程式（核物質の非圧縮率）を反映する物理量として注目されてきた。最近では数十 MeV/u の中間エネルギー重イオン衝突でのフローも精密に測定されるようになっており、広範なエネルギー領域での実験的理論的研究によって、状態方程式を決定することが、中高エネルギー重イオン衝突の研究の第二の課題である。

中高エネルギー重イオン衝突の実験的研究は、高エネルギー重イオン加速器の進歩とともに進展してきた。また、測定器技術の進歩によって、複雑な反応による生成粒子をできるだけ完全に捕らえることにより排他的な実験データが得られるようになってきたことも非常に重要である。

一方、中高エネルギー重イオン反応の理論的研究においては、動力学的な微視的シミュレーションが主要な役割を果たしてきた。もちろん、反応機構の本質的な部分を抽出した様々なモデルも存在するが、シミュレーションでは反応機構を仮定しないので、重イオン衝突での様々な現象を統一的に記述できるという利点がある。また、反応機構がよくわかっていない未知の現象に対しても適用することができる。そのような微視的シミュレーション法の代表的なものとしては、Vlasov-Uehling-Uhlenbeck (VUU) 方程式の方法^{1)–7)}や、量子分子動力学 (Quantum Molecular Dynamics; QMD)^{8)–14)}などが挙げられる。

VUU では、位相空間での一体分布関数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ に注目し、その時間発展によって反応を記述する。その時間発展方程式が VUU 方程式であり、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial h}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \right) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \text{衝突項} \quad (1.1)$$

という形をしている．ここで， $h(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/2M + u(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ は一粒子ハミルトニアン（平均場）である．通常はこの方程式を数値的に解くために， $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ にしたがって分布する多数のテスト粒子を導入する．そして，それらを平均場のもとで古典的に運動させ，さらに二核子衝突を行なうことにより，VUU 方程式を解くのである．なお，VUU 方程式から衝突項を除いたものは Vlasov 方程式と呼ばれ，これは時間依存 Hartree-Fock (TDHF) 理論の半古典版に相当する¹⁵⁾．TDHF や Vlasov 方程式は低エネルギーの現象に対して有効であるが，中高エネルギー重イオン衝突では残留相互作用が入っていないことが致命的となってしまう．TDHF を拡張し残留相互作用の効果を取り入れようとする試みもあるが，重イオン衝突の実際計算は容易ではない．それに対し，VUU では残留相互作用の効果を一核子衝突項として取り入れることにより，中高エネルギーでの非常に有効なシミュレーション法となっている．VUU の平均場による運動の部分ではリウビルの定理によってパウリ原理*が保証される．また，二核子衝突項でもパウリブロッキングを考慮するので，半古典的な枠組みながらも核子のフェルミ粒子性は尊重されているといえる．これらの優れた特徴のために，世界的に見ると，様々なシミュレーションの中で VUU が最も多く用いられているようである．しかしながら，VUU は基本的に一体分布関数を扱う枠組みであるので，そのままではフラグメント生成が記述できないという問題点がある．フラグメント生成は中高エネルギー重イオン反応での最大の特徴であり，非常に興味深い現象であるから，この問題点を解決しようという試みも行なわれている．

一方，QMD は最も簡単な方法によってフラグメント生成を記述できるシミュレーション法である．QMD ではひとつの核子を位相空間におけるひとつのガウス波束によって表現する．つまり，系は核子の数だけある波束の中心の位置と運動量で記述され，形式的には古典多体系の場合と同様に，多体的な相関も取り扱うことのできる枠組みである．波束中心の運動はニュートン方程式によって決定するが，核子を波束で表しているので密度分布はかなりなめらかなものとなり，核子が他の核子から受けるポテンシャルは，VUU や TDHF での平均場に近似的に相当する．QMD でも残留相互作用として確率的な二核子衝突が取り入れられている．QMD でフラグメント生成が記述できるのは，VUU と比較すると，核子が波束として運動するので大きな密度のゆらぎが生じやすく，また，必ず核子（波束）を単位としてフラグメントができるからである．QMD もこれまでに低エネルギーから高エネルギーまでの重イオン反応をはじめ，広く核反応の研究に応用されて成功をおさめているが，QMD は理論的基礎づけが弱く，現象論的色彩が強い．特に，核子のフェルミ粒子的性質が正しく取り入れられていない．二核子衝突に関しては終状態でのパウリブロッキングを位相空間での分布関数に基づいて取り入れるが，運動方程式（ニュートン方程式）には核子がフェルミ粒子であるという情報が取り込まれていない．この点を補うために，位相空間で近接している二核子間に斥力のパウリポテンシャルを導入することも現象論的に行なわれている^{12)–14)} が，その運動方程式を理論的に正当化するのは困難と思われる．

Feldmeier¹⁶⁾ や堀内ら^{17),18)} は，上述の QMD の優れた特徴をそのまま活かし，かつ核子のフェルミ粒子的性質を厳密に取り扱う理論として，反対称化分子動力学 (Fermionic Molecular Dynamics,

*ここでいうパウリ原理とは，スピンアイソスピンの因子は別にして $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ が 1 を超えないということであり，半古典的な意味である．

Antisymmetrized Molecular Dynamics; AMD) を提唱した。AMD では、QMD と同様に核子をガウス波束として表現するが、系全体の波動関数はそれらのガウス波束のスレーター行列式とする。すなわち、この段階でパウリ原理は完全に取り込まれる。そして、波束の中心（位置と運動量）の時間発展は時間依存変分原理から導かれる運動方程式によって決定する。この運動方程式は TDHF における平均場による運動と近似的に対応するものであり、一方、AMD では核子を波束として扱っているのでフラグメント生成が記述できる。この事情はすでに述べた VUU と QMD との間の関係と同じである。ただし、AMD を中高エネルギー重イオン反応の研究に適用するには、単純でない問題がひとつあった。すなわち、残留相互作用の効果として確率的な二核子衝突を入れる必要があるが、その入れ方が問題なのである。QMD の場合、波束の中心は、そのまま核子の位置と運動量の分布の中心と解釈することができ、それらの核子の間に二核子衝突を行なうのは非常に単純である。しかし、AMD では反対称化のために、もともとの波束の中心はもはや物理的な核子の位置や運動量ではなくなっているのである。極端な例を挙げると、16 個のガウス波束を位相空間での原点に非常に近い点にばらばらにおいて反対称化を行なえば、 ^{16}O 原子核の基底状態（調和振動子シェル模型での $(0s)^4(0p)^{12}$ 状態）が得られる。しかし、このことは、決して ^{16}O の基底状態ですべての核子が同じ位置と運動量を持つことを意味しないのである。そこで我々は、核子の物理的座標を新たに導入し、その座標を使って二核子衝突を AMD に取り入れる。これによって、AMD が中高エネルギー重イオン衝突に適用可能となるのである。

AMD では、反対称化された波動関数を直接取り扱い、量子力学的な色彩が強いが、この点は、VUU や QMD などのほかの中高エネルギー重イオン衝突シミュレーション法にはない優れた点である。特に、AMD では原子核の基底状態を非常に精度よく記述することができ、核構造の研究にも応用されている^{17)–20)} ほどである。AMD の波動関数は、平均場の存在やクラスター構造を仮定せず、しかも特殊な場合として調和振動子シェル模型やクラスター模型の波動関数を含んでいるため、不安定核など未知の原子核に対しても非常に有力な研究手段となっている。また、AMD は、時間依存クラスター模型^{21)–23)} においてクラスターとして各核子をとったことに相当し、AMD とクラスター模型との間には密接な関係がある。特に、二核子衝突を入れるために物理座標を導入する際には、時間依存クラスター模型で二クラスターの場合に導入されていた正準座標²³⁾ が大いにヒントになっている。

我々は、本論文^{24),25)} において、AMD での二核子衝突を物理座標を用いて定式化し、さらに、入射エネルギー 28.7 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 反応を計算する。その結果、フラグメントの質量数分布に現れている α 粒子の大きな生成断面積が再現されるが、これは、AMD において動力学的にフラグメントが生成されるときにシェル効果が記述できていることを実証するものである。さらに、本論文^{26)–28)} においては、核子当たりの入射エネルギーが数十から 150 MeV/u 程度までの中間エネルギー重イオン反応を AMD によって研究していく。冒頭にも述べたように、このエネルギー領域での重イオン反応では高温高密度核物質が生成されると同時に、様々なフラグメント生成が起こるのがその特徴であるが、ここではこの両側面を統一的な立場から研究していく。以下では、今回特に注目する課題について、これまでの研究経過と今回の AMD による研究の位置づけを示しておこう。

まず、周縁衝突の反応機構に注目する。冒頭でも述べたように、高エネルギーでの周縁衝突では入射核破碎反応が起こる。特に、100 MeV/u 程度以上の高エネルギーの入射核破碎反応では、関与者

傍観者描像が確立している．すなわち，入射核と標的核との幾何学的に重なり合った部分（関与者）だけが激しく反応して入射核や標的核から取り除かれ，幾何学的に重ならない部分（傍観者）は元の速度のまま進み続けるのである．したがって，入射核より軽い様々な質量のフラグメントが前方で入射ビームの速度付近に観測されることになる．そのようなフラグメントを入射核的フラグメントと呼ぶ．入射核的フラグメントの運動量分布には質量数に依存した幅があるが，その幅は，入射核内でフェルミ運動をしている核子のうちのいくつかが突然取り除かれるとした簡単な模型（Goldhaber 模型²⁹⁾）により見事に説明され，関与者傍観者描像が支持されている．この関与者傍観者描像では，関与者と傍観者の間に突然相互作用がなくなるという点が重要であり，これは入射速度が核内の核子のフェルミ速度に比べて充分大きいときに正当化されよう．そしてエネルギーが低くなると，最終的には低エネルギーでの深部非弾性散乱へと移り変わっていくはずである．問題は，どの程度のエネルギーでその移り変わりが起こるかであるが，30 MeV/u という比較的低いエネルギー領域でもフラグメントの運動量分布に入射核破碎反応のピークが現れることが実験でわかっている．このようなフェルミエネルギー領域で関与者傍観者描像が成り立つかどうかは理論的には決して自明ではない．そこで，本研究²⁶⁾では，入射エネルギー 30 MeV/u の入射核破碎反応に注目し，微視的シミュレーションの立場から，関与者傍観者的反応がいかにして可能となるかについて議論する．二核子衝突を入れた通常の AMD ではこのエネルギーでの入射核破碎反応は記述できないことがわかるが，それを解決するひとつの可能性として，核子と α クラスターとの弾性散乱のような多体的な確率的衝突過程について考察する．

周縁衝突に対し，中心衝突[†]では高励起高密度の核物質が作られるのが特徴である．核物質の性質を反映する物理量としては，重イオン反応におけるフローが特に注目されてきた．高エネルギー重イオン衝突では高密度状態が実現し，状態方程式が硬くて非圧縮率が大きいほど斥力的な横方向への強い流れが生じると考えられる．また，入射エネルギーを下げれば，次第に原子核間の引力が圧縮による斥力を打ち消すようになってきてフローはほとんどなくなり，さらに低エネルギーになれば引力的なフローが生じるようになる．このようなフローを，核物質の様々な状態方程式に対して微視的シミュレーションで計算し，実験と比較することによって，状態方程式を決定することができると期待されてきた．フローの研究の初期においては，高エネルギーでのフローの実験結果が，VUU の計算によって再現された²⁾．そのとき，再現に成功したのは硬い状態方程式を用いた場合で，軟らかい状態方程式を用いるとフローは再現できなかった．このことから，重イオン衝突のデータは硬い状態方程式を支持すると言われ，それは低エネルギーでの現象（原子核の単極振動や超新星爆発）と矛盾していた．しかし，当時の VUU の計算で用いられた平均場は，単純に局所的な密度の関数であり，平均場の運動量依存性が含まれていなかった．その後の有限レンジの相互作用（Gogny 力）を用いて平均場の運動量依存性を取り入れた計算³⁾では，軟らかい状態方程式でもフローの実験値が再現できることが示されている．一方，計算に対する入力としては状態方程式のほかに二核子衝突断面積がある．重イオン衝突では，二核子衝突は高励起非平衡の核媒質中で起こるのであるから，その衝突

[†]この論文で中心衝突というときには，衝突パラメータが比較的小さい衝突を意味する．特にフローの議論では，衝突パラメータはゼロではない．

断面積は自由空間のものとは異なるかもしれないが、どのような値を用いるべきかは理論的にはよくわかっていない．そこで、フローの計算結果の二核子衝突断面積依存性を調べてみると、実はそれが非常に大きいことが判明し^{31),30)}、フローの研究によって核物質の状態方程式を決めるのは困難ではないかとも考えられる．

さて、これまではフローは一体的な物理量として考えられ、フローを議論する際にフラグメントを考慮することはほとんどなかった．それは、微視的シミュレーションとして広く普及している VUU がフラグメントを記述できないことと関係していると考えられる．最近では、生成粒子の質量や電荷に応じて区別したフローが排他的に測定されるようになってきており^{31)–35)}、しかも、 α 粒子などのフラグメントのフローは核子のフローよりもずっと大きいことがわかっている．上述のように、包括的なフローが状態方程式だけでなく二核子衝突断面積などに依存してしまうという現状に対し、フラグメントのフローは新しい手掛りを与えてくれるのではないかという期待が持てる．というのは、単純に考えると、核子は二核子衝突を受けたあと放出されるのが大部分であるからフローはほとんど掻き消されてしまっているのに対し、フラグメントは二核子衝突の直接的影響を受けずに平均場（すなわち核物質の状態方程式）の影響が強く残っており、そのためにフローの値が大きいのだと思われる．しかしながら、今までのところ、そのフラグメントのフローの微視的な理論計算はほとんど行われていない．我々は、本論文^{27),28)}で、AMD を用いて重イオン衝突における核子とフラグメントのフローを系統的に研究する．AMD は動力学的な反応過程でのフラグメント生成をシェル効果まで含めて記述できることがわかっているのので、フラグメントのフローの研究には最適である．また、AMD では、有限レンジの相互作用を用いるので平均場の運動量依存性が自然に取り込まれ、また、反対称化した波動関数を用いて相互作用を計算するのでフローにとって最も重要な原子核間の相互作用が精度よく計算される．

核子とフラグメントのフローの研究は、必然的にフラグメント生成など反応機構の研究と密接なつながりをもつことになる．本研究で明らかになるように、フローは決して核物質の性質をそのまま反映する単純な物理量ではない．中間エネルギー重イオン衝突は、複雑な反応機構によって支配され、それに対する十分な理解をもたずにフローのみを議論するのはきわめて危険なことである．しかも、我々は二核子衝突断面積のような理論的な不定性をもっている．このような状況では、まず第一に反応の全体像をつかむことが重要であろう．例えば、核子やフラグメントの質量数分布や運動量分布を調べることは、反応機構を把握するのに非常に役立つ．さらに中間エネルギー領域における本研究では、フラグメントの運動量分布は二核子衝突断面積や核物質の状態方程式を敏感に反映することが明らかになる．実際に、二核子衝突の大小は運動量分布の減衰した成分の大小に反映され、状態方程式の違いによる運動量分布の変化とは区別できることがわかるであろう．一方、フローは運動量分布のある側面を特徴づけるひとつの量に過ぎず、二核子衝突断面積や状態方程式によって変化することになるが、フローよりも運動量分布全体に注目することが本質的に重要である．また、AMD の微視的シミュレーションの中身を詳しく解析することによってフラグメントの生成機構を明らかにすることができる．例えば、軽いフラグメントが生成する機構としては、もともと入射核または標的核内で近接していた核子がそのままフラグメントを作る場合や、激しい反応で放出された核子がたまたま合体してフラグメントができる場合などがありうる．このような反応機構の違いは運動量分布やフローの違いとしても現れるであろう．このようにして、反応機構を把握し、二核子衝突断面積の不定性の影

響を十分に吟味したうえで，最終的に複数の有効核力を用いた計算の結果と実験とを比較することにより，核物質の状態方程式に関しての結論をくだすという方針で研究を進める．

本論文の構成は以下のとおりである．§2 で，核反応のシミュレーション法としての AMD の枠組みを詳しく説明したあと，§3 で入射エネルギー約 30 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突でのフラグメントの質量数分布や運動量分布を AMD で調べ，入射核破砕反応を中心とした反応機構を，確率的衝突過程依存性に注意して議論する．§4 では，中間エネルギー領域での $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突と $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突における核子とフラグメントのフローを計算し，フローの生成機構，確率的衝突断面積依存性，有効相互作用依存性を順に議論していく．最後に§5 でまとめと今後の展望を述べる．

§ 2. AMD の枠組み

2.1. 波動関数と運動方程式

AMD では， A 核子系の波動関数 $|\Phi\rangle$ はひとつのスレーター行列式

$$|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{A!}} \det[\varphi_i(j)] \quad (2.1)$$

によって記述される．ここで，一粒子状態は

$$\varphi_i = \phi_{\mathbf{Z}_i} \chi_{\alpha_i} \quad (2.2)$$

と書かれ， α_i はその i 番目の一粒子状態のスピンとアイソスピン ($\alpha_i = p \uparrow, p \downarrow, n \uparrow, n \downarrow$) を表し， χ_{α_i} はスピン・アイソスピン波動関数である． $\phi_{\mathbf{Z}_i}$ は i 番目の一粒子状態の空間波動関数であり，ガウス波束

$$\langle \mathbf{r} | \phi_{\mathbf{Z}_i} \rangle = \left(\frac{2\nu}{\pi} \right)^{3/4} \exp \left[-\nu \left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{Z}_i}{\sqrt{\nu}} \right)^2 + \frac{1}{2} \mathbf{Z}_i^2 \right] \quad (2.3)$$

で表される．ここで， ν は波束の幅を表わすパラメータであり，本論文ではすべて $\nu = 0.16 \text{ fm}^{-2}$ とする． $|\phi_{\mathbf{Z}}\rangle$ は調和振動子のコヒーレント状態

$$\mathbf{a} |\phi_{\mathbf{Z}}\rangle = \mathbf{Z} |\phi_{\mathbf{Z}}\rangle, \quad (2.4)$$

$$\mathbf{a} \equiv \sqrt{\nu} \mathbf{r} + \frac{i}{2\hbar\sqrt{\nu}} \mathbf{p} \quad (2.5)$$

である．したがって， \mathbf{Z} の実部 \mathbf{D} と虚部 \mathbf{K} を

$$\mathbf{Z} = \sqrt{\nu} \mathbf{D} + \frac{i}{2\hbar\sqrt{\nu}} \mathbf{K} \quad (2.6)$$

によって定義すると，

$$\frac{\langle \phi_{\mathbf{Z}} | \mathbf{r} | \phi_{\mathbf{Z}} \rangle}{\langle \phi_{\mathbf{Z}} | \phi_{\mathbf{Z}} \rangle} = \mathbf{D}, \quad \frac{\langle \phi_{\mathbf{Z}} | \mathbf{p} | \phi_{\mathbf{Z}} \rangle}{\langle \phi_{\mathbf{Z}} | \phi_{\mathbf{Z}} \rangle} = \mathbf{K} \quad (2.7)$$

となり，波束の中心の位置と運動量を表わしていることがわかる．しかし，波動関数の反対称化の結果， \mathbf{D}_i と \mathbf{K}_i は核子の物理的な位置と運動量としての意味をいつももつとは限らない．これらの一粒子状態は互いに直交してはいなくて，それらの重なりは

$$B_{ij} \equiv \langle \phi_i | \phi_j \rangle = e^{\mathbf{Z}_i^* \cdot \mathbf{Z}_j} \delta_{\alpha_i \alpha_j} \quad (2.8)$$

となり，系の波動関数 $|\Phi\rangle = |\Phi(Z)\rangle$ のノルムは

$$\mathcal{N}(Z, Z^*) = \langle \Phi(Z) | \Phi(Z) \rangle = \det B \quad (2.9)$$

となる．

このように A 体系の波動関数 $|\Phi\rangle$ がガウス波束の中心 $Z = \{\mathbf{Z}_i (i = 1, 2, \dots, A)\}$ をパラメータとして表わされたが，パラメータの時間発展は時間依存変分原理

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} dt \frac{\langle \Phi(Z) | (i\hbar \frac{d}{dt} - H) | \Phi(Z) \rangle}{\langle \Phi(Z) | \Phi(Z) \rangle} = 0 \quad (2.10)$$

により決められる．ただし，変分は条件

$$\delta Z(t_1) = \delta Z^*(t_1) = \delta Z(t_2) = \delta Z^*(t_2) = 0 \quad (2.11)$$

のもとに行なわれる．この変分を行なうことにより次のような Z に対する運動方程式

$$i\hbar \sum_{j\tau} C_{i\sigma, j\tau} \frac{dZ_{j\tau}}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial Z_{i\sigma}^*} \quad (2.12)$$

が導かれる．ここで， σ, τ は空間の 3 成分 x, y, z を表わす添え字であり， \mathcal{H} は量子系のハミルトニアン²の期待値

$$\mathcal{H}(Z, Z^*) = \frac{\langle \Phi(Z) | H | \Phi(Z) \rangle}{\langle \Phi(Z) | \Phi(Z) \rangle} \quad (2.13)$$

である．また，

$$\begin{aligned} C_{i\sigma, j\tau} &= \frac{\partial^2}{\partial Z_{i\sigma}^* \partial Z_{j\tau}} \log \mathcal{N} \\ &= (\delta_{\sigma\tau} + Z_{i\tau}^* Z_{j\sigma}) B_{ij} B_{ji}^{-1} - \sum_{kl} Z_{k\tau}^* Z_{l\sigma} B_{il} B_{lk}^{-1} B_{kj} B_{ji}^{-1} \end{aligned} \quad (2.14)$$

により定義される C は正定値のエルミート行列である．ハミルトニアン \mathcal{H} とその偏微分の表式は，付録 A で与えた．

2.2. フラグメントのゼロ点振動の運動エネルギー

系全体の重心の運動エネルギー T_{CM} の AMD 波動関数による期待値は，

$$\langle T_{\text{CM}} \rangle = T_0 + \frac{1}{2AM} \mathbf{K}_{\text{CM}}^2 \quad (2.15)$$

により与えられる．ここで，

$$T_0 = \frac{3\hbar^2 v}{2M}, \quad (2.16)$$

$$\sum_{i=1}^A \mathbf{Z}_i = \sqrt{v} A \mathbf{D}_{\text{CM}} + \frac{i}{2\hbar\sqrt{v}} \mathbf{K}_{\text{CM}} \quad (2.17)$$

とおいた． T_0 は重心運動のゼロ点振動による運動エネルギーであり，それが現れたのは，波束により系を記述しようとした結果，重心の波動関数も幅を固定されたガウス波束になってしまったからである．このような非物理的なゼロ点振動があっても，核構造にのみ興味を持つのであればなんら問題は生じない．それは，容易にわかるように AMD の波動関数は重心の波動関数と内部波動関数の積で表わされ，したがって重心運動と内部運動との間の見せかけのカップリングがないからである．

しかしながら，この非物理的な重心のゼロ点振動の運動エネルギーはフラグメント生成を取扱う際に深刻な問題を生じる．たとえば，ひとつの ^{12}C 原子核が 3 つの α 粒子に分かれる場合を考えてみよう．我々のモデルの枠組みの中で ^{12}C と α の結合エネルギー $E_{^{12}\text{C}}$ と E_α が再現されているとすると， $\langle H \rangle_{^{12}\text{C}} - T_0 = -E_{^{12}\text{C}} = -92.2 \text{ MeV}$ ， $\langle H \rangle_\alpha - T_0 = -E_\alpha = -28.3 \text{ MeV}$ である．ここで， $\langle \rangle$ は原子核の基底状態の AMD 波動関数による期待値である．物理的な状況では，ひとつの ^{12}C を 3 つの α に壊すのに必要なエネルギーは $E_{^{12}\text{C}} - 3E_\alpha = 7.3 \text{ MeV}$ である．一方我々のモデルでは， ^{12}C の基底状態のエネルギーは $\langle H \rangle_{^{12}\text{C}} = -E_{^{12}\text{C}} + T_0$ であり， 3α 状態のエネルギーは $3\langle H \rangle_\alpha = 3(-E_\alpha + T_0)$ であるから，それらの差は $E_{^{12}\text{C}} - 3E_\alpha + 2T_0$ となってしまう．余分な項 $2T_0$ が現れてしまったが，その理由は， 3α の相対運動の波動関数が決まった幅のガウス波束に固定されているからである．一般に，フラグメントの数が 1 増えるごとに余分なエネルギー T_0 が必要になってしまう．ガウス波束の幅のパラメータ v を 0.16 fm^{-2} ととる場合， $T_0 = 10 \text{ MeV}$ となるので，この問題は深刻である．[‡]

この困難を避けるためには，フラグメント生成の際に余分に必要になったエネルギーを外から与えた方がよいと思われる．言い換えると，運動方程式 (2.12) に現れるハミルトニアン \mathcal{H} に含まれるゼロ点振動の総和を，物理的に意味のあるものだけに置き換えて

$$\mathcal{H} = \langle H \rangle - \frac{3\hbar^2 v}{2M} A + T_0(A - \mathcal{N}_F) \quad (2.18)$$

とすべきである．ここで， \mathcal{N}_F は“フラグメントの数”を表していて， $D = \{\mathbf{D}_i (i = 1, 2, \dots, A)\}$ すなわち Z の実部の連続関数である．運動方程式のハミルトニアンの中に現れるものであるから，離散的な値のみをとる不連続な関数であってはならない．クラスター分けが曖昧さなしに行なえるような配位 D に対しては， \mathcal{N}_F はその配位のフラグメント数に一致していなければならない．そして関数 $\mathcal{N}_F(D)$ はそのような配位の間を連続的につながなければならない．そうすれば，式 (2.18) の中の項 $-T_0\mathcal{N}_F$ は，フラグメント生成が起こるときに 2 つのフラグメントの間の斥力的なポテンシャルとしてはたらき，見せかけのゼロ点振動によって起こりにくくなってしまったフラグメント生成を助長する方向にはたらくと期待される．

[‡]ここで指摘した問題は，AMD に特有な問題ではない．この問題は，QMD や TDCM などの波束を使う枠組みはもちろん，TDHF 理論にすらすでに存在している．

表 I. フラグメントの重心のゼロ点振動の除去に関するパラメータ．有効相互作用として Volkov No. 1 力 ($m = 0.576$)，Gogny 力，SKG2 力を用いるときの値をそれぞれ示す．

Force	ξ	a	$\hat{\xi}$	\hat{a}	$\bar{\xi}$	\bar{a}	g_0	σ	M	T_0 [MeV]
Volkov	1.0	0.2	2.0	0.1	—	—	0.0	—	—	7.7
Gogny	2.0	0.6	2.0	0.2	1.0	0.5	1.0	2.0	12.0	9.2
SKG2	2.0	0.6	2.0	0.2	—	—	0.0	—	—	9.0

$\mathcal{N}_F(D)$ の具体的な形としては，

$$N_F = \sum_{i=1}^A \frac{g(k_i)}{n_i m_i}, \quad (2.19)$$

を用いる．ここで，

$$n_i = \sum_{j=1}^A \hat{f}_{ij}, \quad m_i = \sum_{j=1}^A \frac{1}{n_j} f_{ij}, \quad k_i = \sum_{j=1}^A \bar{f}_{ij} \quad (2.20)$$

であり，

$$\hat{f}_{ij} = F(d_{ij}, \hat{\xi}, \hat{a}), \quad f_{ij} = F(d_{ij}, \xi, a), \quad \bar{f}_{ij} = F(d_{ij}, \bar{\xi}, \bar{a}), \quad (2.21)$$

$$d_{ij} = |\text{Re}(\mathbf{Z}_i - \mathbf{Z}_j)|, \quad (2.22)$$

$$F(d, \xi, a) = \begin{cases} 1 & (d \leq a \text{ のとき}) \\ e^{-\xi(d-a)^2} & (d > a \text{ のとき}) \end{cases} \quad (2.23)$$

である． $g(k)$ は通常は 1 であるが，Gogny 力を用いるときには ^{12}C 周辺の原子核の結合エネルギーを再現するために

$$g(k) = 1 + g_0 e^{-(k-M)^2/2\sigma^2} \quad (2.24)$$

とする．用いる有効相互作用に応じて表 I に示すパラメータの値を用いた． T_0 はもともと $3\hbar^2 v/2M$ であったが，原子核の結合エネルギーの全体的な傾向の微調整のために表に示すような値を用いる．

2.3. 確率的衝突過程

2.3.1. 物理的座標

AMD の運動方程式は，おおまかにいえば，TDHF 理論における平均場による運動に対応するものである．よく知られているように，TDHF 理論やその半古典版である Vlasov 方程式は，低エネルギー

ギーの重イオン反応には適用できるものの、入射エネルギーが 10 MeV/u 程度以上になると適用不可能となり、残留相互作用の効果を入れることが必要となってくる。そこで、VUU では二核子衝突項を、QMD では確率的な二核子衝突を導入することにより、中高エネルギー重イオン衝突の記述に成功している。我々も、QMD と同様の方法で AMD に確率的衝突過程を導入するが、その際注意しなければならないのは、AMD における力学変数 \mathbf{Z}_i は、反対称化のために、物理的な核子（の波束の中心）の位置や運動量を表さないという点である。そのため、以下に述べるように核子の物理的座標 \mathbf{W}_i を導入し、それを用いて確率的衝突を行なうという方法を採用する。

核子の物理座標 \mathbf{W}_i は、

$$\mathbf{W}_i = \sqrt{v}\mathbf{R}_i + \frac{i}{2\hbar\sqrt{v}}\mathbf{P}_i \equiv \sum_{j=1}^A \left(\sqrt{Q}\right)_{ij} \mathbf{Z}_j \quad (2.25)$$

と定義される。 \mathbf{R} と \mathbf{P} が物理的な波束の位置と運動量である。ここで、

$$Q_{ij} = B_{ij}B_{ji}^{-1} = \frac{\partial}{\partial(\mathbf{Z}_i^* \cdot \mathbf{Z}_j)} \log\langle\Phi(Z)|\Phi(Z)\rangle \quad (2.26)$$

であり、この行列 Q の平方根は、

$$Q = UDU^\dagger, \quad \sqrt{Q} = U\sqrt{D}U^\dagger \quad (2.27)$$

により定めることとする。ただし、 U は Q を対角化する行列であり、 D は Q の固有値を対角成分とする対角行列である。

ここで唐突に示した物理的座標の定義は、もちろん一意的なものではないが、以下のような物理座標として必要な条件を満たしている。まず、

$$\left\langle \sum_{i=1}^A a_{i\sigma}^\dagger a_{i\tau} \right\rangle = \sum_{i=1}^A \sum_{j=1}^A Z_{i\sigma}^* Q_{ij} Z_{j\tau} = \sum_{i=1}^A W_{i\sigma}^* W_{i\tau} \quad (2.28)$$

という関係式が成り立つことから、全軌道角運動量や調和振動子量子数のような基本的な物理量が W を用いると普通の形に表されることがわかる。このほか、 Z に並進や回転の変換を施したときに W もごく自然に変換することは容易に確かめられる。また、重心の座標は、 $\sum_i \mathbf{Z}_i = \sum_i \mathbf{W}_i$ となる。さらに、 Z が位相空間でいくつかのクラスターに分離しているとき、 W はそれぞれのクラスター内に閉じた形で Z から導かれる。以上のようなことから、ここで導入した物理座標 W が非物理的になってしまうような状況は起こりにくく、核子の位相空間での分布が、 $\mathbf{u} = \sqrt{v}\mathbf{r} + (i/2\hbar\sqrt{v})\mathbf{p}$ として、

$$\begin{aligned} f(\mathbf{u}, \mathbf{u}^*) &= 8 \sum_{ij} \exp\left[-2(\mathbf{u}^* - \mathbf{Z}_i^*) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{Z}_j)\right] B_{ij} B_{ji}^{-1} \\ &\sim 8 \sum_i \exp\left[-2|\mathbf{u} - \mathbf{W}_i|^2\right] = 8 \sum_i \exp\left[-2v(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2 - (\mathbf{p} - \mathbf{P}_i)^2/2\hbar^2v\right] \end{aligned} \quad (2.29)$$

のように近似的に表されると考えられる。

AMD は時間依存クラスター模型^{21)–23)}において、クラスターを核子とした場合に相当する。特に、二核子系を考えると、ここで導入した物理座標 W は、Saraceno らが文献 23) で二クラスター系

に対して導入した正準座標にほかならない．我々がここで導入した物理座標 W はその正準座標の多核子系への拡張だといえる．すでに，時間依存クラスター模型による二クラスター系の研究では，正準座標の空間にはパウリ禁止領域が存在することが知られているが，AMD の場合も同じような事情がおこる．すなわち， Z の空間から W の空間への変換式 (2.25) は非線形であって， W の空間には決して値をとりえない領域（パウリ禁止領域）が存在している．一般に，多核子系の中のある二核子の物理座標の位相空間での距離 $|\mathbf{W}_i - \mathbf{W}_j|$ が小さい ($\sqrt{2}$ 程度以下) と，その W に対応する Z は存在せず，パウリ禁止状態となる．

2.3.2. 確率的衝突の手続き

AMD や QMD で，核子と核子を与えられた衝突断面積[§] σ で確率的に衝突させる方法は，何通りも考えられ，その差異は本質的にはそれほど重要ではないが，ここでは，核子の波束の密度分布を考慮に入れ，かつ，断面積 σ が非常に大きい場合にも対応できる以下のような方法を用いる．

微小な時間間隔 dt の間に，二核子間の相対位置 \mathbf{r} （物理的座標 W の実部）が $d\mathbf{r}$ だけ変化したとき，その間に二核子が衝突を起こす確率は，波束の重なりと動いた距離 $d\mathbf{r}$ に比例して，

$$P(\mathbf{r})|d\mathbf{r}| = \alpha e^{-v\mathbf{r}^2} |d\mathbf{r}| \quad (2.30)$$

で与えられるとする．ここに現れた比例定数 α は，二核子が衝突するまで直線上を動くとは定したときに衝突の断面積が σ になるという条件，すなわち

$$\int 2\pi b db \left[1 - \exp(-\alpha \sqrt{\pi/v} e^{-vb^2}) \right] = \sigma \quad (2.31)$$

によって，決めなければならない．この条件は，

$$y = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n \cdot n!}, \quad \text{ただし} \quad y = \frac{v\sigma}{\pi}, \quad x = \alpha \sqrt{\frac{\pi}{v}} \quad (2.32)$$

と書き換えることができる．

AMD 計算の各ステップで，すべての二核子の対について上述の衝突確率 $P(\mathbf{r})|d\mathbf{r}|$ を計算し，その確率で二核子の相対運動量（物理的座標 W の虚部）を適当な角分布でランダムに変更する．そして，その変更後の W に対応する AMD 変数 Z を計算する．その際に W がパウリ禁止領域にあるとそれに対応する Z が求まらないが，そのような衝突はパウリブロックされたとし，衝突はキャンセルする．なお，平均場の運動量依存性などのために，相対運動量の向きを変えただけではエネルギーが保存しないが，相対運動量の大きさを適当な方法により調節してエネルギーを保存させる．

以上のような二核子衝突のほかにも，原子核内でしっかりしたクラスターがある場合には，核子とそのクラスターとの弾性・非弾性衝突が起こることも考えられる．本論文の研究では，その中でも最も重要だと思われる核子 α 衝突を導入する場合がある．その場合， $|\Delta \mathbf{W}| = 0.25$ を基準距離とする鎖

[§] 計算で用いる衝突断面積と角分布はすぐ後で与える．

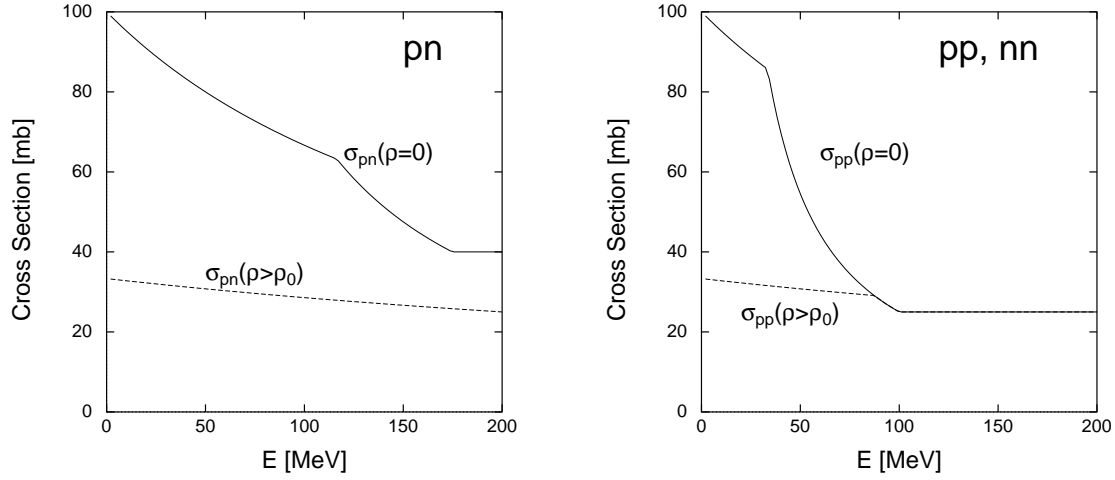


図 1. 確率的二核子衝突過程で用いる衝突断面積．左は陽子中性子衝突の場合，右は陽子陽子または中性子中性子衝突の場合である．実線は $\rho = 0$ のときで，点線は $\rho \geq \rho_0$ のときである．

クラスター判定でスピンアイソスピンの異なる 4 核子からなるクラスターがあったときに，それを α クラスターとみなす．

核子 α 衝突についても上述の二核子衝突の場合と同様に各タイムステップで衝突を起こすかどうかを全散乱断面積に基づいて決定し，衝突が起こる場合はさらに弾性か非弾性かを定める．非弾性散乱の場合，核子と α クラスター内の一核子との二核子衝突を行なうことにする．

$\alpha\alpha$ 衝突は入れないので， α クラスターの対に対しては一方を単なる 4 核子の集まりとして取り扱うことにする．

2.3.3. 確率的衝突断面積

核反応の計算において，どのような二核子衝突断面積を用いるべきかということは，理論的にはっきり決まっているわけではない．本研究では，様々な衝突断面積に対して計算を行ない，それが結果にどのように反映されるかを詳しく調べるが，ここでは以下で基準として使う断面積を示しておく．なお，ここに示す断面積は，数百 MeV 程度までのエネルギーを念頭においてパラメータ化したものである．

二核子衝突の断面積は，図 1 に示し以下で説明するように，衝突のエネルギー E と衝突する点での密度 ρ に依存するものを使う．比較的高エネルギーでは，陽子中性子衝突断面積として

$$\sigma_{pn} = \max\left\{13335 E[\text{MeV}]^{-1.125}, 40\right\} \text{ mb} \quad (2.33)$$

を用い，陽子陽子衝突および中性子中性子衝突の場合は

$$\sigma_{pp} = \max\left\{4445 E[\text{MeV}]^{-1.125}, 25\right\} \text{ mb} \quad (2.34)$$

を用いる． E は，その確率的衝突の実験室系でのエネルギーである．これらの表式は自由空間での実験データを適当にパラメータ化したものである．もしこの断面積を数十 MeV 以下の低エネルギーにまで適用すると，断面積が非常に大きくなるが，重イオン衝突のシミュレーションでは自由空間での断面積よりも小さい値が使われることが多い．その根拠としては，核媒質の効果を入れるべきであることや，低エネルギー衝突は起こったとしても実際の効果が小さいこと，また，低エネルギーでの散乱は運動方程式の方にもある程度取り込まれていることが挙げられる．そこで，式 (2.33) や式 (2.34) よりも

$$\sigma_{pn} = \sigma_{pp} = \frac{100 \text{ mb}}{1 + E/(200 \text{ MeV}) + C \min\{(\rho/\rho_0)^\gamma, 1\}} \quad (2.35)$$

の方が小さい場合，後者の断面積を用いることにする． $C = 2$, $\gamma = 1/2$ の場合を標準とする．このカットオフの断面積は E と ρ に依存するが， ρ 依存性は媒質効果を取り入れたものと考ええる．もちろん，媒質の効果は密度だけでなく温度やその他の量に依存するはずだが，多くのパラメータを導入しても不定性が増すばかりであるので，ここでは媒質効果を密度依存性に代表させた．

陽子中性子衝突の角分布は自由空間での実験値に基づいて，

$$\frac{d\sigma_{pn}}{d\Omega} \propto 10^{-\alpha(\pi/2 - |\theta - \pi/2|)}, \quad \alpha = \frac{2}{\pi} \max\{0.333 \ln E[\text{MeV}] - 1, 0\} \quad (2.36)$$

とした．陽子陽子および中性子中性子衝突の角分布は，実験値はほぼ等方的であるので，計算でも等方散乱とした．

また，核子 α 衝突の全断面積（弾性散乱断面積と非弾性散乱断面積の和）としては，比較的高エネルギーでは，核子と α クラスター内の 4 核子との間で通常の二核子衝突が起こる場合の全断面積と等しい断面積を用いる．すでに述べたように，この断面積は低エネルギーでは非常に大きくなるため，

$$\sigma_{N\alpha, \text{tot}} = \frac{571 \text{ mb}}{1 + E/(200 \text{ MeV}) + C \min\{(\rho/\rho_0)^\gamma, 1\}} \quad (2.37)$$

の方が小さくなるエネルギー領域ではこちらを用いる．核子 α 衝突の非弾性散乱断面積としては，実験の反応断面積をパラメータ化して得られた表式

$$\sigma_{N\alpha, \text{inel}} = \max\left\{120 - 162 \exp[-(E - 20 \text{ MeV})/(10 \text{ MeV})], 0\right\} \text{ mb} \quad (2.38)$$

を用いる．図 2 には，式 (2.37) が適用されるとき全断面積と非弾性散乱断面積のエネルギー依存性を示した．また，弾性散乱の場合の角分布は

$$\frac{d\sigma_{N\alpha, \text{el}}}{d\Omega} \propto \exp\left[-\left(\frac{180^\circ - \theta}{70^\circ}\right)^2\right] + 10 \exp\left[-\left(\frac{\theta - 20^\circ}{40^\circ}\right)^2\right] \quad (2.39)$$

とする．式 (2.37) と式 (2.39) は， $\rho = 0$ のときに $E = 28.1 \text{ MeV}$ での $p + \alpha$ 反応の実験データ³⁶⁾をほぼ再現するように選んだ．

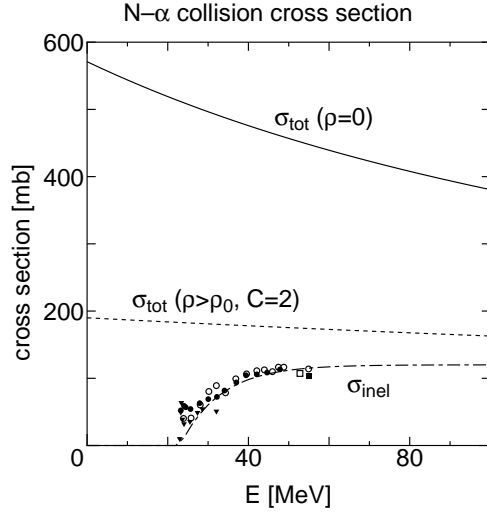


図 2. 低エネルギー（式 (2.37) が適用される場合）での核子 α 衝突断面積のエネルギー依存性．実線は $\rho = 0$ の場合の全断面積で，点線は $C = 2$ で $\rho = \rho_0$ の場合の全断面積である．一点鎖線は非弾性散乱断面積（密度に依存しない）で，様々な印は文献 36) から引用した実験値である．

表 II. Volkov No. 1 力 ($m = 0.576$) のパラメータ．Volkov 力は式 (2.40) のように二つのガウス関数 ($k = 1, 2$) の和で表される．

k	v_0 [MeV]	a [fm]	W	B	H	M
1	-83.34	1.60	0.424	0	0	0.576
2	144.86	0.82	0.424	0	0	0.576

2.4. 有効相互作用と原子核の基底状態

確率的衝突の断面積とならず，運動方程式で用いる有効相互作用は AMD シミュレーションに対する重要な入力である．AMD では，二体相互作用としては，レンジの異なるガウス関数をいくつか重ね合わせた

$$v(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \sum_k v_{0k} (W_k + B_k P_\sigma - H_k P_\tau - M_k P_\sigma P_\tau) \exp[-(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2 / a_k^2] \quad (2.40)$$

という形のものをを用いる．ここで， P_σ, P_τ は，それぞれ二核子のスピンおよびアイソスピンの交換演算子である．ガウス関数を用いることにより，付録 A に示すように AMD の波動関数による期待値を解析的に計算できる．また，AMD の場合，ゼロレンジ (δ 関数) でも有限レンジ (ガウス関数) でも計算の労力は変わらないが，有限レンジの相互作用を用いることにより，交換項からくる平均場の運動量依存性が自然に取り込まれる．

式 (2.40) の型の二体相互作用としては，例えば，Volkov 力³⁷⁾を用いることができる．本論文で Volkov 力を用いるときは，Volkov No. 1 で Majorana パラメータを $m = 0.576$ にとったものを用いる．この相互作用のパラメータを表 II に示しておく．図 3 の左側に，この相互作用を用いたときの

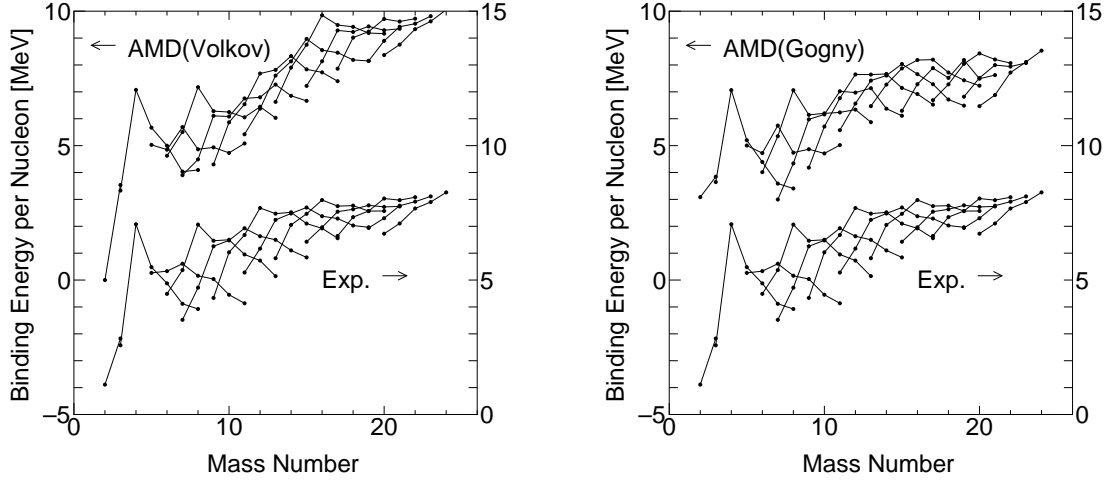


図 3. Volkov No. 1 力 ($m = 0.576$) (左) と Gogny 力 (右) を用いた場合の、原子核の核子当たりの結合エネルギー．アイソトープが折れ線で結ばれている．実験値は計算値に対して 5 MeV 下方にずらして表示している．

軽い原子核の結合エネルギーを AMD の摩擦冷却法^{17),18)}により計算した結果を示す．摩擦冷却法とは、適当な初期値から出発して

$$i\hbar \sum_{j\tau} C_{i\sigma,j\tau} \frac{dZ_{j\tau}}{dt} = (\lambda + i\mu) \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial Z_{i\sigma}^*} \quad \text{ただし } \mu < 0, \lambda \text{ は任意} \quad (2.41)$$

を解くことによって原子核の基底状態を求める方法である．この Volkov 力のパラメータと表 I の T_0 を用いることにより、 ^{12}C より軽い原子核の結合エネルギーは非常によく再現されていることがわかる．特に、結合エネルギーにおけるシェル効果が現れているのが特徴的であるが、 ^{12}C よりも重い原子核に対しては結合エネルギーを過大評価している．一般に、Volkov 力を用いて核構造を研究するときには原子核の質量数に応じて適切な Majorana パラメータ m を選ばなければならないが、重イオン衝突の計算では原子核（フラグメント）の質量数は時々刻々変化するので、そのようなことはできない．したがって、Volkov 力が見えるのは、軽い核の反応に限られる．

さらに重い原子核から核物質までをひとつの有効相互作用で記述するためには、密度依存力を導入しなければならない．そこで、

$$v(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \sum_k v_{0k} (W_k + B_k P_\sigma - H_k P_\tau - M_k P_\sigma P_\tau) \exp[-(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2 / a_k^2] \\ + \frac{t_\rho}{6} (W_\rho + B_\rho P_\sigma - H_\rho P_\tau - M_\rho P_\sigma P_\tau) \rho(\mathbf{r}_i)^\sigma \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad (2.42)$$

の形の相互作用を用いることにする．例えば Gogny 力³⁸⁾は、有限レンジの二体力のほかに $\rho^{1/3} \delta(\mathbf{r})$ に比例する密度依存力を含む．Gogny 力のパラメータを表 III に示しておく．AMD の場合、密度依

表 III. Gogny 力のパラメータ．Gogny 力は式 (2.42) のように二つのガウス関数 ($k = 1, 2$) の和で表される二体力のほか密度依存力を含む．

k	v_0 [MeV]	a [fm]	W	B	H	M
1	1	0.70	-402.4	-100.0	-496.2	-23.56
2	1	1.20	-21.30	-11.77	37.27	-68.81

σ	t_ρ [MeV fm ⁴]	W_ρ	B_ρ	H_ρ	M_ρ
1/3	8100	1	1	0	0

表 IV. AMD の摩擦冷却法によって求められた原子核の基底状態の性質．結合エネルギーと平均二乗半径平方根，四重極変形のパラメータ β と γ を示す．

Nucleus	Force	B.E. [MeV]	$\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ [fm]	β	γ
⁴⁰ Ar	Gogny	335	3.35	0.16	< 10°
	SKG2	340	3.36	0.09	35°
	exp.	344			
²⁷ Al	Gogny	220	3.17	0.40	< 2°
	SKG2	225	3.19	0.42	< 2°
	exp.	225			

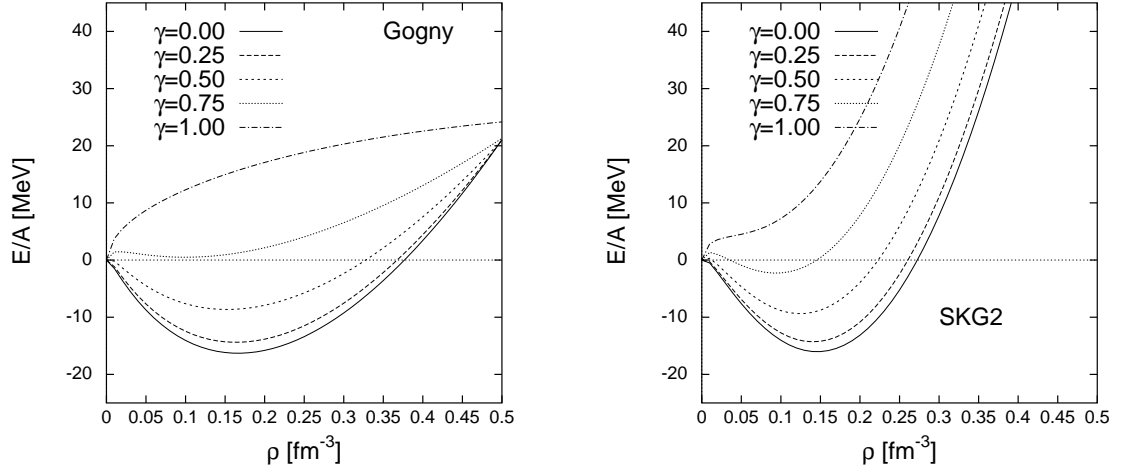


図 4. Gogny 力 (左) と SKG2 力 (右) を用いた場合の核物質の状態方程式．様々なアイソスピンの非対称度 $\gamma \equiv (N - Z)/A$ に対応する温度ゼロでのエネルギーを密度の関数として示した．

表 V. SKG2 力のパラメータ．SKG2 力は式 (2.42) のようにひとつのガウス関数 ($k = 1$) で表される二体力のほか密度依存力を含む．

k	v_0 [MeV]	a [fm]	W	B	H	M
1	-624.46	0.68	0.8	0	0	0.2

σ	t_ρ [MeV fm ⁶]	W_ρ	B_ρ	H_ρ	M_ρ
1	17269.8	1.0	0.2	-0.8	0.0

存力の計算を解析的に行なうのは困難であるが，付録 B で与えた方法により，数値計算が可能となった．Gogny 力を用いると，図 3 や表 IV に示すように，AMD の枠組みの中で少なくとも $A = 40$ までの原子核の結合エネルギーを非常によく再現できる．これらの原子核を AMD の衝突計算の初期状態として用いるが，QMD などの他の核反応シミュレーション法と比べると格段に高精度の基底状態を用いることになっている．それだけでなく，Gogny 力は核物質の飽和性をも正しく再現でき，図 4 に示すように，軟らかい核物質の状態方程式（非圧縮率 $K = 228$ MeV）を与えることが知られている．また，二体力部分が有限レンジであるから図 5 のように平均場が運動量に依存するが，その運動量依存性は，200 MeV 程度以下のエネルギー領域での核子に対する光学ポテンシャルの実部のエネルギー依存性をほぼ再現している．

一方，硬い核物質の状態方程式に対応する有効相互作用としては， $\rho\delta(\mathbf{r})$ に比例する密度依存部分をもつ Skyrme 力があげられる．Skyrme 力はゼロレンジの相互作用であるが，ここではそれとよく

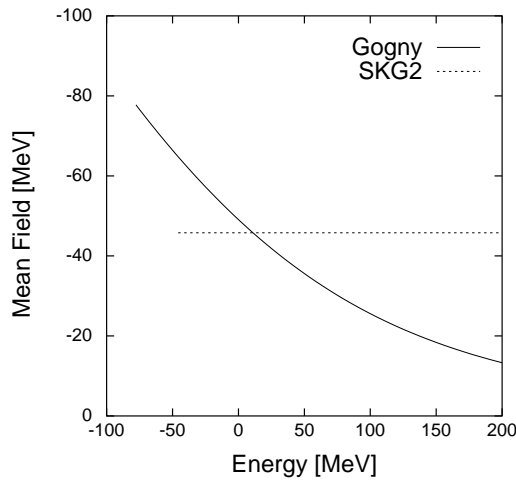


図 5. 通常密度の核物質の平均場の深さのエネルギー依存性（運動量依存性）. Gogny 力と SKG2 力に対応する計算値を示す.

似た性質をもち、二体部分が短距離のガウス関数のものを用いる．パラメータは表 V のとおりである．この相互作用は文献 7) で用いられている相互作用を，図 4 のように非対称核物質に対しても適用できるように改良したものであり，SKG2 力と呼ぶことにする．SKG2 力は硬い核物質の状態方程式（非圧縮率 $K = 373$ MeV）を与え，平均場は運動量依存性をほとんどもたない．

図 4 には，中性子過剰核物質のようなアイソスピンの非対称な核物質に対する状態方程式も示しており，Gogny 力と SKG2 力は通常核物質密度付近では妥当な対称エネルギーを与えていることがわかる．この図をかくために必要な表式は付録 C で与えた．本研究では，陽子数と中性子数のほとんど等しい原子核の衝突しか扱わないが，その場合でも中性子過剰（または陽子過剰）なフラグメントが生成する可能性もあるので，非対称核物質を正しく記述できているのが望ましい．実際，文献 7) の相互作用をそのまま用いて計算すると，非物理的に多くの中性子過剰フラグメントが生じる．

なお，本論文の計算では，すべてクーロン相互作用を取り入れている．数値計算は，文献 39) の付録 B で示したように，クーロン力を多くのガウス波束の和で表して二体力の計算と同様に行なった．

2.5. AMD シミュレーションの手続き

この節の最後に，AMD で核反応シミュレーションを行なう場合の手続きをまとめておく．

まず，あらかじめ衝突させたい原子核の基底状態を摩擦冷却法により作成しておく．普通はの基底状態は回転の自由度を除いて一意的に求まるので，この計算は一度だけ行なえばよい．

次に，AMD で衝突の動力学的計算を行なう．ランダムに向きを決めた入射核と標的核の基底状態を，ある衝突パラメータ（これもランダムに決めればよい）で適当な距離だけ離して置き，与えられたエネルギーに対応する速度を与えることにより，衝突の初期条件を作る．そして，系の時間発展を AMD により計算する．その際，どの有効相互作用を用い，どのような確率的衝突を行なうかが，最も重要な入力となる．AMD の計算は，いつまでも続けているわけにはいけないので，適当な時刻（多くの場合 150 fm/c）で打ち切る．

計算を打ち切った時刻では、核子のほか、熱平衡に達したとみなせる励起したフラグメントも生成されている。励起したフラグメントは、長い時間をかけて粒子を放出することにより最終的には基底状態に達するはずであるが、その計算は統計崩壊の計算コードにより計算する。我々は、Pühlhofer の論文⁴⁰⁾に基づいて作成したコード⁴¹⁾（通称 marucade）を用いている。統計崩壊を計算することにより、最終的に観測されるべきフラグメントが得られる。

確率的衝突のために、仮に同じ初期状態から出発しても異なる終状態が得られるが、その各々のシミュレーションは実験の各々のイベントに相当する。したがって、多くのイベントを異なる衝突パラメータと乱数の種で計算すれば、実験で測定可能なあらゆる量が計算できることになる。普通は、与えられた系、入射エネルギーなどの計算条件に対して数百から数千イベントの計算を行なうが、必要なイベント数は調べたい物理量に強く依存する。また、各々の AMD の動力学的計算に対して多くの統計崩壊のイベントを計算することにより、計算の統計精度が向上することもある。

§ 3. フラグメント生成と確率的衝突過程

この節では、AMD を用いて、入射エネルギー 28.7 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突におけるフラグメントの質量数分布や運動量分布を調べ、この反応におけるフラグメント生成機構の詳細を議論する。反応機構の議論の第一段階では、有効相互作用の選択はそれほど重要ではないと考えられるので、計算が最も簡単な Volkov 力のみを用いる。また、どのような確率的衝突の断面積を用いるべきかということは理論的には定まったものではないので、次のような 3 とおりの確率的衝突過程に対してこの反応の計算を行ない、結果を比較して依存性を調べることにする。

Case (a) 二核子衝突のみを入れ、核子 α 衝突は入れない。式 (2.35) で、 $C = 0$ ととった。

Case (b) 二核子衝突に加え、核子 α 衝突も入れる。式 (2.35) と式 (2.37) で、 $C = 1, \gamma = 2$ とした。

Case (c) 二核子衝突に加え、核子 α 衝突も入れる。式 (2.35) と式 (2.37) で、 $C = 2, \gamma = 2$ とした。

Case (c) は Case (b) よりも核媒質中で断面積が小さくなっている。また、核子 α 衝突を入れた場合と入れない場合とでは単純に断面積の大小を判断することはできない。なお、この節では、二核子衝突はすべて等方的に起こるとした。

3.1. フラグメントの質量数分布

図 6 に示したのは、入射エネルギー 28.7 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突のイベントの一例であるが、まず、この反応で生成されるフラグメントの質量数分布を見ておこう。図 7 は、確率的衝突が Case (c) のときの入射エネルギー 28.7 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突で生成されるフラグメントのアイソトープ分布を AMD で計算したものである。文献 24), 25) に詳しく示した Case (a) と同様に、 α 粒子の大きな生成断面積（シェル効果）まで含めて非常によく再現されている。このような定量的な再現には、AMD の動力学的な計算で生じた励起したフラグメントの統計崩壊を考慮することが重要である。図 8 には、動力学的な計算で生じたフラグメントの質量数と励起エネルギーの分布が示されており、こ

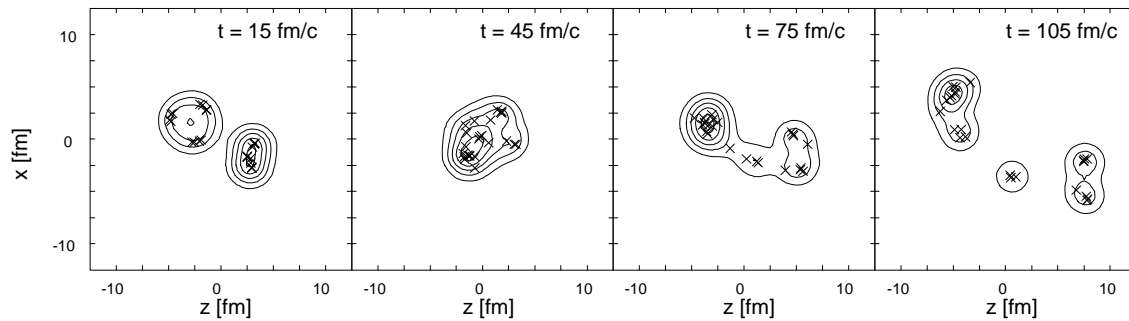


図 6. $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突 ($E/A = 28.7$ MeV, $b = 3.2$ fm) での, 反応平面に射影した密度の時間発展の一例. \times は物理的座標を表す.

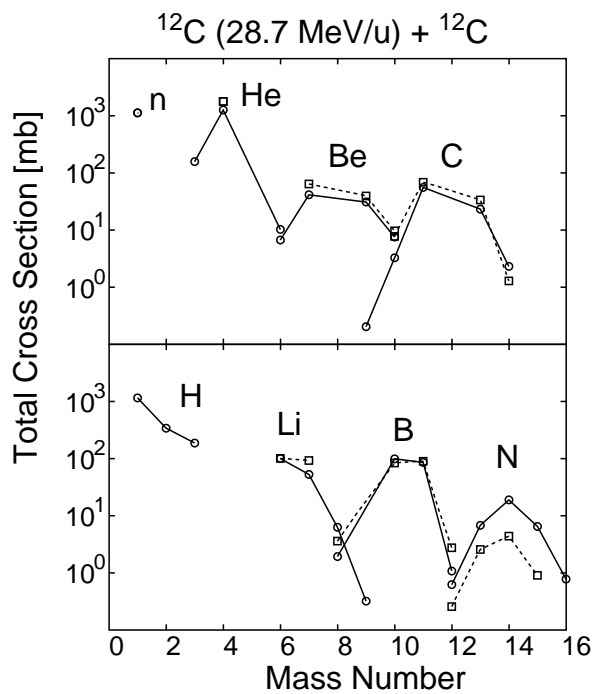


図 7. 入射エネルギー 28.7 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突で生成されたアイソトープの分布. 確率的衝突過程の Case (c) の場合の結果を実線でつながれた \circ で示す. 点線でつながれた \square は実験値である.

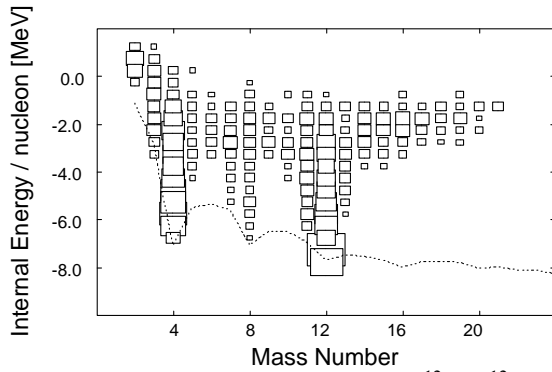


図 8. 入射エネルギー 28.7 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突において，AMD の動力的計算で生じたフラグメントの励起エネルギーの分布．長方形の一辺の長さは生成量の 1/3 乗に比例している．点線はその質量数の最も安定な核種の結合エネルギーを示している．確率的衝突の Case (a) の結果である．

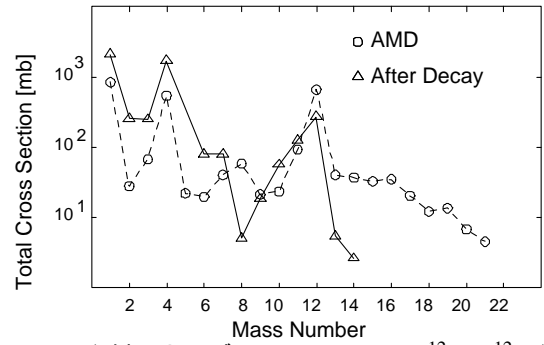


図 9. 入射エネルギー 28.7 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突におけるフラグメントの質量数分布の計算値．AMD の動力的な計算が終わった段階での質量数分布が \circ で，統計崩壊を考慮した後の質量数分布が \triangle で示されている．確率的衝突の Case (a) の結果である．

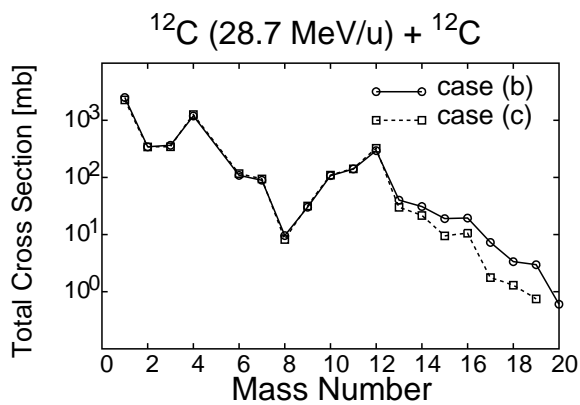


図 10. 確率的衝突の Case (b) と Case (c) の場合の，入射エネルギー 28.7 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突でのフラグメントの質量数分布．

これらの統計崩壊を考慮することによって、図9のように質量数分布は変化する。多くの α 粒子は統計崩壊によって生じているが、動力学的な段階でもかなりの量の α 粒子が生成しており、AMDではそのような動力学的なフラグメント生成におけるシェル効果も記述できているといえる。図10にはCase (b)とCase (c)に対してフラグメントの質量数分布を示しているが、入射核や標的核よりも軽いフラグメントに対しては、確率的衝突断面積に対する依存性がほとんどないことがわかる。一方、確率的衝突断面積が大きいほど、質量数13以上の重いフラグメントが多く作られるが、これは不完全核融合的な反応が増えるためである。

3.2. 入射核破碎反応

次に、この入射エネルギー 28.7 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突における入射核破碎反応に注目しよう。もっと高エネルギー (100 MeV/u 程度以上) での周縁衝突では、入射核と標的核の幾何学的に重なった部分 (関与者) だけが激しく反応し、そのほかの部分 (傍観者) はもとの速度でまっすぐ運動を続けるという関与者傍観者描像が確立している。その場合、前方でのフラグメントのスペクトルを調べると、入射核的フラグメントがビームの速度付近にピークを作るが、そのピークの幅は、関与者傍観者描像に基づいて標的核の核子のいくつかが突然取り除かれると考えることでうまく説明できる (Goldhaber 模型²⁹⁾)。一方、入射エネルギーが低くて原子核のフェルミエネルギーと同程度になってくると、このように相互作用なく原子核の一部が切り取られるということが本当に起こるのかどうかは決して自明ではない。しかし、例えば Czudek らの実験^{42),43)}では、図11に点線で示すように、入射エネルギーが 28.7 MeV/u の場合でも入射核的フラグメントのピークが測定されている。この場合、ピークは低エネルギー側に幅の広い裾を引くものの、ピーク的位置はビームに対応するエネルギーから数 MeV/u 程度しかずれていない。

ところが、二核子衝突しか入れない Case (a) の AMD 計算では、図11(a)のように、この入射核的なピークは現れず、実験データは全く説明できない。この原因は、周縁衝突の AMD 計算で、入射核内の核子が標的核内の核子と二核子衝突したときに受ける運動量移行が十分に小さくなく、標的核から飛び出せるだけのエネルギーがないためであると考えられる。例えば、二つの核子が入射核と標的核とそれぞれ同じ速度であって、それらが重心系で 90° 方向に二核子衝突する場合には、標的核内の核子の二核子衝突後エネルギーは標的核の静止系で $E/2$ (E は核子当たり入射エネルギー) となる。 $E = 28.7$ MeV/u の場合には、このエネルギーは 15 MeV 足らずである。 ^{12}C の陽子分離エネルギーも約 15 MeV であるから、この衝突を受けた核子が標的核から飛び出すことはエネルギー的に困難である。

もちろん、この状況は入射エネルギーに依存する。実際、入射エネルギー 70 MeV/u で衝突パラメータ 6 fm の計算を 58 イベント計算してみたところ、統計崩壊の前の段階で、15 個の入射核的および標的核的フラグメント (質量数 11, 10, 9) が作られた。それに対し、同様の 28.7 MeV/u の計算では、たったひとつの入射核的フラグメントができただけであった。

このように、28.7 MeV/u の実験で観測されている入射核破碎反応を再現するためには、確率的衝突後の核子のエネルギーがもっと大きくなければならない。上述のように、AMD の場合の二核子衝突では運動量とエネルギーを保存する限り衝突後の核子が十分なエネルギーを持つことは不可能であ

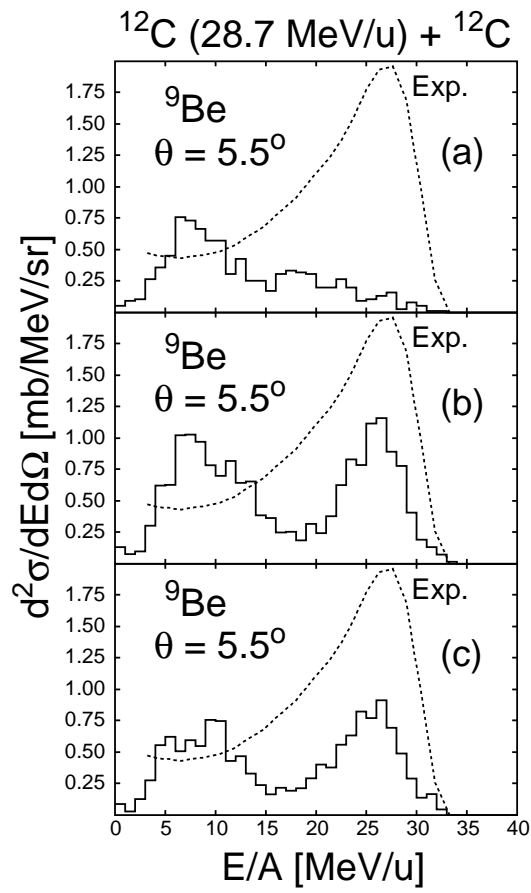


図 11. 入射エネルギー 28.7 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突で角度 $\theta = 5.5^\circ$ に放出された ^9Be のエネルギースペクトル．確率的衝突の Case (a), (b), (c) の計算結果をそれぞれヒストグラムで示す．点線は実験値である．

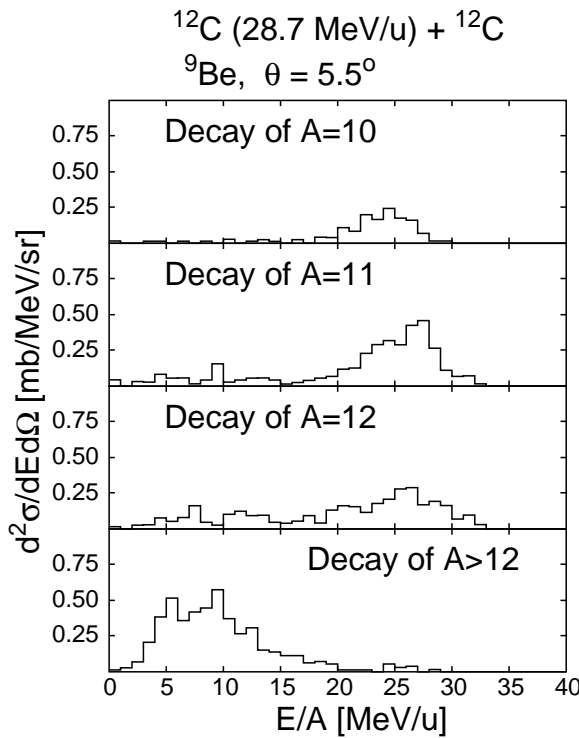


図 12. 入射エネルギー 28.7 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突で角度 $\theta = 5.5^\circ$ に放出される ^9Be のスペクトルに、AMD の動力学的計算の直後の励起したフラグメントの統計崩壊がどのように寄与しているかを示す．質量数 10, 11, 12, およびそれ以上のフラグメントからの寄与をそれぞれ示している．確率的衝突過程の Case (c) での結果である．

るから、もしそのようなことが起こるとすれば、多くの核子が関与しているということになる．例えば、標的核の中にある α クラスターと入射核中の核子とが弾性散乱をするということも起こりうるのではないだろうか．そもそも二核子衝突を入れた AMD では、核子と α 粒子の散乱を正しく記述することができない．数十 MeV のエネルギー領域での $p + \alpha$ 散乱では、弾性散乱が全断面積のかなりの部分を占めるというのが実験的事実であるが、AMD で計算したとすると弾性散乱はまず起こりえない．というのは、 10° から 20° 程度以上の角度の散乱は二核子衝突がなければ起こらないが、二核子衝突では α 粒子の中の一核子だけが運動量移行を受けるので、 α 粒子が励起して非弾性散乱になってしまうのである．原子核（特に ^{12}C ）内で最も重要なクラスター相関は α クラスターであるから、核子と α クラスターとの衝突が多体的な確率的衝突過程としては最も重要であろう．そこで、§2.3 で既に説明した方法によって、 $p + \alpha$ 散乱の特徴を記述できるように核子 α クラスター衝突を取り入れた計算も行なってみた．

確率的衝突過程の Case (b), (c) として、核子 α 衝突を導入することによって、図 11 に示すように、入射核的フラグメントのピークを定性的に再現することができた．なお、計算で得られた高エネルギー側の入射核破碎反応のピークは衝突パラメータ 5 fm 以上の周縁衝突からの寄与であることが確かめられた．図 11 に示したのは統計崩壊まで考慮した最終的な結果であるが、図 12 は、AMD の動力学的な計算で生じたどのようなフラグメントの統計崩壊によって ^9Be のスペクトルが作られているかを示している．明らかなように、入射核的な ^9Be は、質量数 10, 11, 12 の励起したフラグメントの統計崩壊によって作られている． ^9Be が直接作られたイベントはほとんどない．

3.3. スペクトルの低エネルギー部分

^9Be の前方のスペクトル (図 11) の計算結果には、入射核的フラグメントのピークとは別に、低エネルギー部分にも山が存在する。この山は、衝突パラメータが 5 fm 以下の中心衝突からきたものであり、周縁衝突の入射核破碎反応とは別の反応機構により生成されたものである。図 12 からわかるように、これらの ^9Be は、入射核や標的核よりも重い励起したフラグメントが生成され、その統計崩壊の結果、残留核として作られたものである。図 11 のように、この部分の山の高さは確率的衝突断面積に依存している。図 13 は、核子、 α 粒子、および ^9Be の核子当たりの運動量の反応平面内の成分の分布を表している。3 とおりの確率的衝突過程 (a), (b), (c) の結果を示している。核子 α 衝突の入った Case (b) と Case (c) では ^9Be の入射核、標的核の速度に対応する付近に入射核 (標的核) 破碎反応のピークが見られるが、それとは別に、重心運動量の近くに、今議論している中心衝突に由来する山が現れているのがわかる。この山の形は確率的衝突過程に強く依存しており、Case (b) では山は中心に集中しているのが、Case (c) と Case (a) ではふた山に分離している。これは、断面積が大きくなるほど確率的衝突によって入射エネルギーの減衰が強くなるためであると理解できる。この依存性が、図 11 の低エネルギー部分の確率的衝突過程依存性として現れているのである。なお、中心衝突に関する限り、Case (a) と Case (c) はほとんど同じ結果を与えていることもわかる。

α 粒子の運動量分布についても、 ^9Be の場合と同様に、運動量分布は確率的衝突断面積によって大きく変化している。つまり、 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突においては、 α 粒子や ^9Be のようなフラグメントの運動量分布を詳しく調べ、計算結果と実験データを比較することによって、理論的には不定な確率的衝突断面積を決定することも可能だと考えられる。それに対し、核子の運動量分布 (スペクトル) には、確率的衝突断面積をはっきりと反映しているようには見えない。ただし、核子 α 衝突を入れると核子の運動量分布の広がりが大きくなっている。

図 11 の ^9Be の前方のスペクトルの計算結果には、Case (b) と Case (c) で 15 から 20 MeV/u 付近に凹みが存在するが、それは実験値には存在しない。この凹みは、図 13 では、重心運動量付近の山と入射核破碎反応のピークがはっきりと分離していることに対応する。重心運動量付近の山の稜線はビーム方向に対して約 -45° の角度をもっているが、これは衝突パラメータの小さい反応で、入射核と標的核が核間の引力によっておよそこの角度だけ回り込んでいることを意味する。もしこの角度の絶対値がもっと小さければ、重心運動量付近の山と入射核破碎反応のピークはそれほどはっきりとは分離せず、前方のスペクトルに凹みが現れることもなかったであろう。中心衝突でどれだけ入射核と標的核が回り込むかということは、核間の相互作用、すなわち、AMD で用いる有効相互作用に強く依存するはずである。したがって、これ以上の定量的な議論をするためには、有効相互作用の吟味が必要である。実際に、次の節では、この回り込みの角度に密接なかわりをもつフローを研究するが、Volkov 力を用いたここでの計算では回り込みが大きくなりすぎていたことが明らかになる。

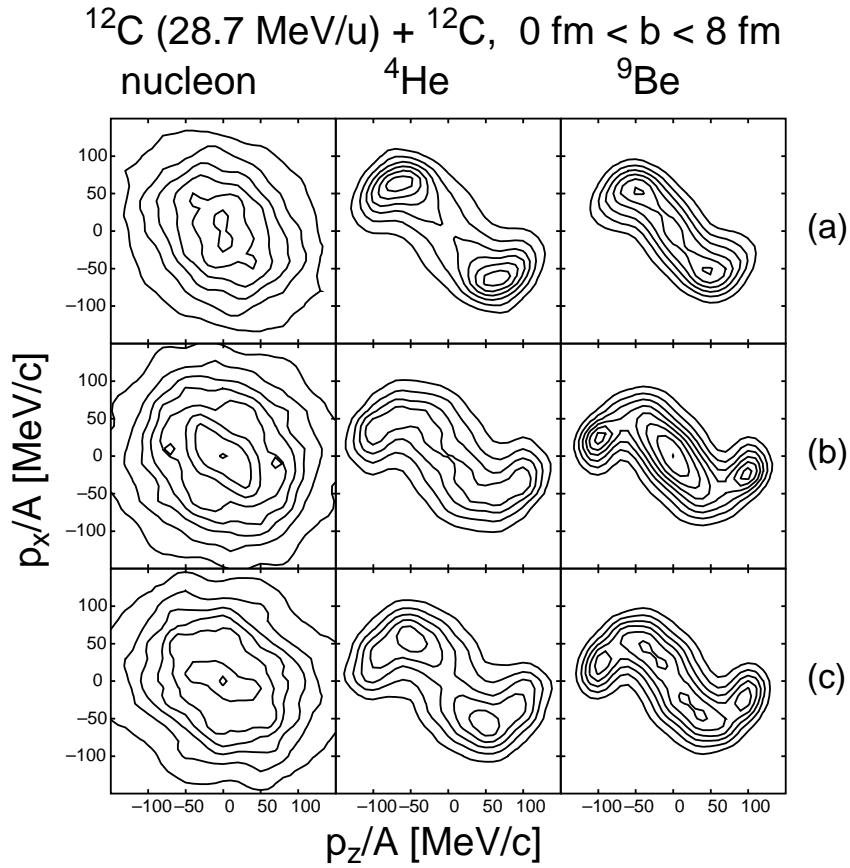


図 13. 入射エネルギー 28.7 MeV の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突で生成される核子， α 粒子， ^9Be の運動量の反応平面内の成分の分布を等高線で示す．確率的衝突の Case (a), (b), (c) の計算結果を示した． z 軸はビームの入射方向で， x 軸はそれと垂直な反応平面内の方向である．図をなめらかにするため，標準偏差 $\Delta p/A = 10 \text{ MeV}/c$ のガウス分布で畳み込んだ．

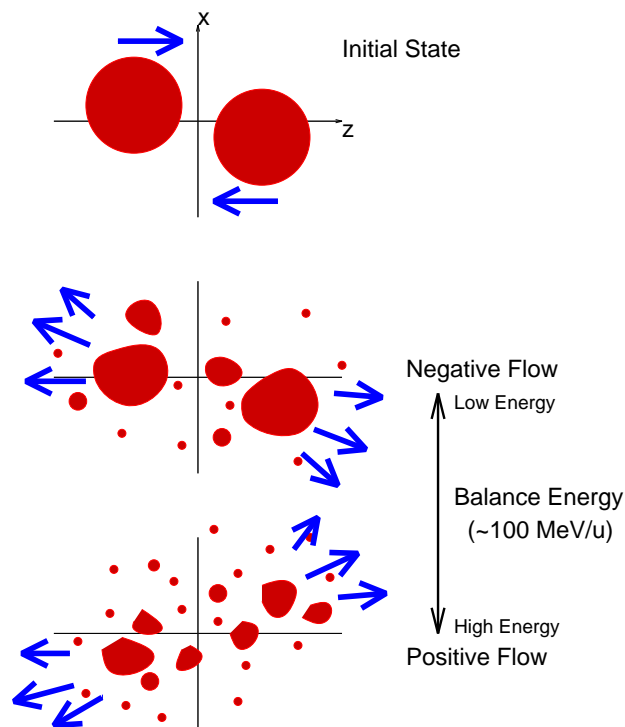


図 14. 中間エネルギー重イオン衝突におけるフローの概念図．

§ 4. 核子とフラグメントのフロー

4.1. フローについて

核子当たりの入射エネルギーが数十 MeV 以上の中高エネルギー重イオン衝突の最も大きな特徴のひとつは、高励起高密度の中間状態が生成されるという点であり、重イオン衝突の研究を通じて高温高密度核物質の性質が引き出せるのではないかと期待がもたれてきた．特に、運動量の集団的な横方向への流れ（フロー）が核物質の状態方程式を強く反映すると考えられ、これまでも精力的に研究されてきた．我々は、ここでは入射エネルギー数十から 150 MeV/u 程度以下の中間エネルギー重イオン衝突におけるフローに着目する．このエネルギー領域では、入射エネルギーが原子核の平均場の深さや衝突の際の圧縮のエネルギーと同程度の大きさとなるので、反応の結果は核物質の性質を直接的に反映すると期待される．

図 14 に、中間エネルギー領域でのフローの概念図を示した．比較的低エネルギーの衝突では、入射核と標的核との引力的な相互作用の影響で二つの原子核は互いに回り込み、図に示したような方向にフローが生じる．フローを定量化するときには、通常この方向を負と定義する．入射エネルギーを上げていくと、フローは負の値から斥力的な正の値へと変化する．その理由としては、高エネルギーほど密度の高い状態ができて強い斥力が生じること、また、平均場の運動量依存性のために通常核物質密度でも平均場の引力ポテンシャルが浅くなることが挙げられる．低エネルギーで顕著な引力の効果と高エネルギーで顕著な斥力効果が釣り合ってフローがゼロとなる入射エネルギーをバランスエネルギーと呼び、それは実験的にも不定性が少なく測定できることから、核物質の状態方程式の情報を引き出すのに好都合な量として注目されている．バランスエネルギーは衝突の系の大きさに依存す

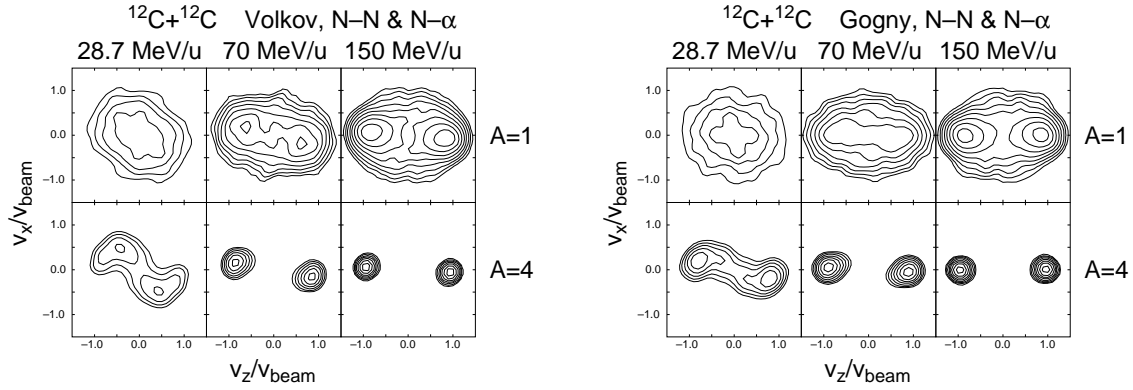


図 15. $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突で生成される核子と α 粒子の速度の分布を 3 つの入射エネルギーに対して示す．左は Volkov 力を用いた場合で，右は Gogny 力を用いた場合である．確率的衝突としては前節の Case (c) (核子 α 衝突を含む) を用いた．

る³⁴⁾ が，およそ 100 MeV/u 前後の値である．

また，これまではフローは一体的な物理量と考えられることが多かったが，図 14 にも示したように，中間エネルギー重イオン衝突ではフラグメント生成が起こるのが特徴である．最近では，フローが粒子の質量数や電荷で区別して測定されるようになってきた^{31)–35)}．その結果，フラグメントのフローが核子のフローに比べて絶対値が大きいことがわかっており，特にフラグメントのフローが核物質の性質を強く反映しているのではないかと期待される．AMD は，これまで見てきたように，フラグメント生成をシェル効果まで含めてよく記述できる．また相互作用も精密に取り扱うことができるので，フラグメントのフローを核子のフローとともに系統的に調べるのに最適である．

微視的シミュレーションによりフローを研究する際には，どのような有効相互作用を用いるかが非常に重要である．あるいは，様々な有効相互作用に対して計算を行なって結果を実験データと比較することにより，有効相互作用を決定することが研究の最大の目的である．前節の研究では，AMD で Volkov 力を用いたが，すでに述べたように，28.7 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突におけるフラグメントの運動量分布を定量的に調べると，この相互作用では核間の引力が強すぎるのではないかとと思われる．実際，単一のパラメータの Volkov 力では広い質量数領域の系を記述するのは困難であり，特に核物質に関してはその飽和性すら記述できない．我々は最終的には核物質の状態方程式を得たいのであるから，この節のフローの研究では有限核から核物質まで記述できる相互作用として Gogny 力と SKG2 力を用いた計算を行なう．図 15 では，Gogny 力を用いたときの $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突における核子と α 粒子の運動量分布を Volkov 力を用いたときの結果と比較しているが，適切な相互作用を用いることにより，前節で残された 28.7 MeV/u で回り込みが大きすぎるという問題が解決していることがわかる．なお，この節では，特に断わらない場合，Gogny 力を用いたときの結果である．

ここでフローの定義を述べておこう．この論文では，文献 30) と同様に，

$$\langle wP_x/A \rangle = \frac{\sum_k A_k \text{sign}(P_{kz})P_{kx}/A_k}{\sum_k A_k} \quad (4.1)$$

によってフローを定義する．ここで， k はすべてのイベントで生じたフラグメントを表す添え字で

A_k はその質量数である． P_{kz} と P_{kx} は衝突の重心系でのフラグメントの運動量のビーム方向の成分とそれに垂直な反応平面内の成分である． w は P_{kz} の符号を象徴的に表している． x 軸の向きは，斥力的なフローが正の値となるようにとっている．式 (4.1) ですべてのフラグメントについて総和をとると，それは包括的なフローということになるが，ここでは和を特定の質量（または電荷）をもつフラグメントだけに限定して排他的なフローを主に議論する．

なお，様々な文献で様々な定義のフローが用いられているが，文献 31)–33) などでもよく採用されるのは， $\langle P_x/A \rangle - V_z$ 曲線の傾き

$$\left. \frac{V_P - V_T}{2} \frac{d\langle P_x/A \rangle}{dV_z} \right|_{V_z=(V_P+V_T)/2} \quad (4.2)$$

である．ここで， V_P と V_T は，それぞれ入射核と標的核の速度である．この論文で主に前述のフロー (4.1) を用いるのは，その方が計算の統計誤差が小さいためであるが，この後示す結果に関しては，定義 (4.2) でも同じ定性的な結果を与えることは確認してある．

4.2. 衝突の全体像

フローの議論に先立って，この小節では，核子当たり入射エネルギーが数十から 150 MeV 以下の重イオン衝突の反応のおおまかな様相を示すいくつかの物理量を調べておこう．というのは，フローは反応の結果を特徴づけるひとつの量に過ぎず，そのみに注目すると反応の全体像を見失うからである．実際，フローは反応の様々な特徴を反映するきわめて微妙な物理量であることが明らかになるであろう．

図 16 は，84 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突における陽子のスペクトルの AMD による計算値を実験値と比較したものである． $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ の計算では核子衝突を入れている．実線のスペクトルは最終的な計算結果で，点線のスペクトルは統計崩壊の前の動力学的な計算で直接放出された陽子のスペクトルであるが，低エネルギー部分を除いて統計崩壊の効果は小さい．放出角 35° から 65° では，計算結果は実験値を過大評価する傾向があるが，この傾向は文献 8) で示されているように，VUU や QMD など他のシミュレーション法でも同じである．図 17 は，同じ反応での核子の多重度を衝突パラメータの関数として示したものであるが，文献 8) の VUU や QMD の結果とほとんど同じ結果である．

図 16 のようにスペクトルを計算する際には，AMD の動力学的なシミュレーションで放出された核子（およびフラグメントの重心）は波束として出てきたものであるので，運動量空間における広がりを考慮しなければならない．つまり，AMD では，質量数 A_F のフラグメントの核子当たりの運動量は，中心値のまわりに $\hbar\sqrt{v/A_F}$ の幅をもつガウス分布である．しかしながら，この幅はいつも物理的な意味を持つわけではない．つまり，AMD の初期状態の入射核や標的核のそれぞれの重心の運動量も幅をもっているが，これは現実の実験に対応するものではない．この非物理的な幅は入射核的フラグメントのような大きなフラグメントに影響すると思われるので，図 16 を計算するときには，動力学的な AMD 計算で出てきた核子の運動量に対しては前述の幅を考慮し，フラグメントに関しては考慮しなかった．いずれにせよ， A_F が大きくなればなるほど核子当たりの運動量の幅は小さくなるので，それほど重要ではないだろう．

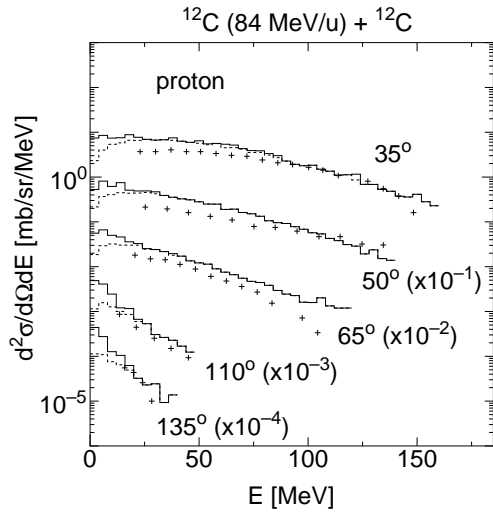


図 16. 入射エネルギー 84 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突での陽子のスペクトル．破線のヒストグラムは統計崩壊前にできた陽子のスペクトルで，実線のスペクトルは統計崩壊まで計算した最終的な計算結果である．+ は文献 44) の実験データである．陽子エネルギー E と放出核 θ は実験系でのものである．

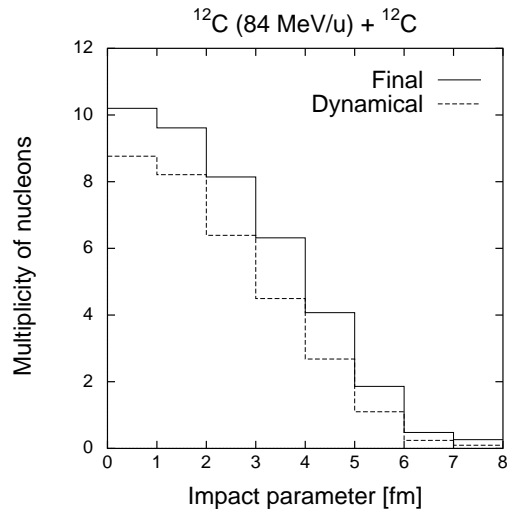


図 17. 入射エネルギー 84 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突における核子の多重度の計算値を衝突パラメータの関数として示す．破線は統計崩壊前の多重度で，実線が最終的な多重度の計算結果である．

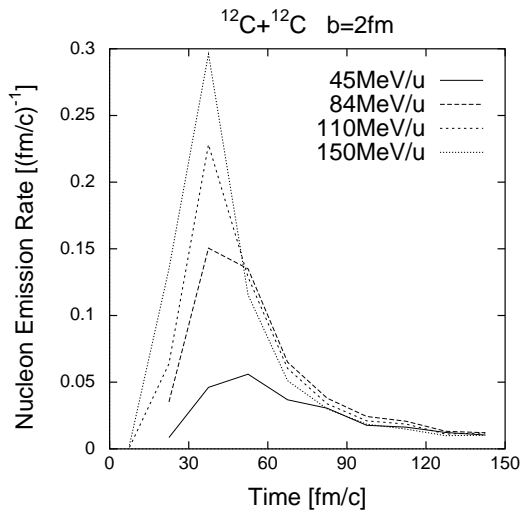


図 18. 衝突パラメータ 2 fm の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突における核子の放出率の時間変化を様々な入射エネルギーに対して示す．ある核子の周囲 3 fm 以内に他の核子が存在しないとき，その核子はすでに放出されたものであると判定した．

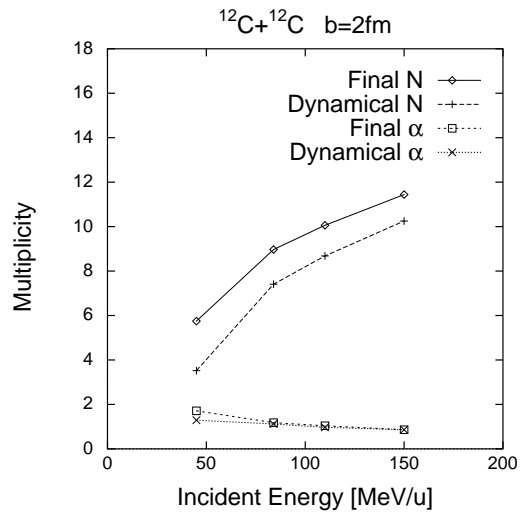


図 19. 衝突パラメータ 2 fm の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突における核子と α 粒子の多重度を入射エネルギーの関数として示す．それぞれ，動力的に生成された粒子の多重度と最終的な計算結果を示した．動力的に生成された α 粒子の中には最終的に統計崩壊したものもある．

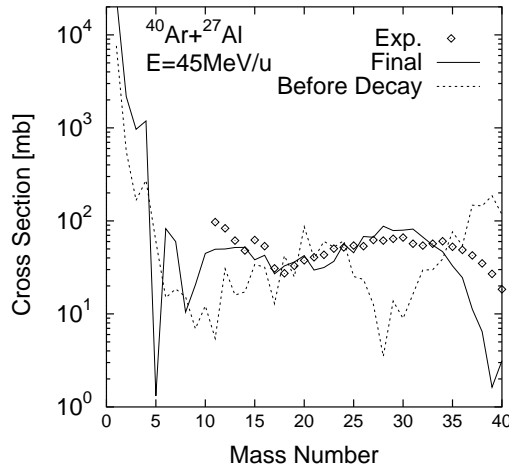


図 20. 入射エネルギー 45 MeV/u の $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突におけるフラグメントの質量数分布．AMD 計算で力学的に生成され統計崩壊する前のフラグメントの質量数分布を破線で示し，統計崩壊後の結果を実線で示した．は 44 MeV/u の $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突での実験値⁴⁵⁾である．

衝突の時間スケールを見るために，図 18 に， $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突での単位時間当たりの核子の放出率を示した．AMD の動力的計算は 150 fm/c まで続けたが，最初の 60 fm/c くらいまでの真に動的な過程で多くの核子が放出され，その数は入射エネルギーが高いほど多い．また，その後はもっと長い時間スケールで放出が続いていることがわかる．図 19 には，この反応での核子と α 粒子の多重度を入射エネルギーの関数として示した．最終的な計算結果のほかに，統計崩壊の前に AMD の動力的な計算で生じていた粒子の多重度も示している．図 18 から推測されるように，AMD の動力的な計算で生じた核子の中には熱平衡に達した部分から統計的に放出されたものいくらかは含まれるであろうが，多くは真に動力的な過程で生じたものと考えられる．以下では言葉遣いの簡単のために，AMD の動力的シミュレーションによって生じた粒子を「動力的に生成された粒子」または「動力的な粒子」と呼ぶことにする．

次に， $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突について調べてみよう． $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ の計算では核子 衝突は入っていない．図 20 は入射エネルギー 45 MeV/u の反応でのフラグメントの質量数分布を Dayras らの実験データ⁴⁵⁾と比較したものである．点線は 150 fm/c までの AMD の動力的シミュレーションの終了時点での質量数分布であり，実線は統計崩壊後のものである．前方の入射核的フラグメントは実験では測定されないので，計算値は $\theta > 5^\circ$ に放出されたフラグメントだけで計算した． $A \geq 25$ の領域の計算結果はこの角度の下限値にかなり依存する．入射核的フラグメントと標的核的フラグメントの統計崩壊によって質量数分布の実験データが再現されている．統計崩壊前の α 粒子の生成断面積が周辺の核に比べて大きいのは動力的な反応過程におけるシェル効果の現れであるが，もっと大きな核についてはシェル効果を議論するには統計誤差が大きすぎるようである．なお，QMD による同じ計算⁴¹⁾もあるが， $A > 5$ の領域では AMD の結果と大差ない．

図 21 は， $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突の場合の核子と α 粒子の多重度の計算値の入射エネルギー依存性を示す．動力的な粒子と統計崩壊によって生じた粒子を区別している．例えば，135 MeV/u の衝突では全系の約半分の核子が最終的には核子として放出され，残りの半分がフラグメントに含まれていることがわかる．また，このエネルギーでは核子の大部分が動力的に放出されているが，50 MeV/u 以下では統計崩壊によって生じる核子の方が多い．このように核子の多重度が入射エネルギーに強く

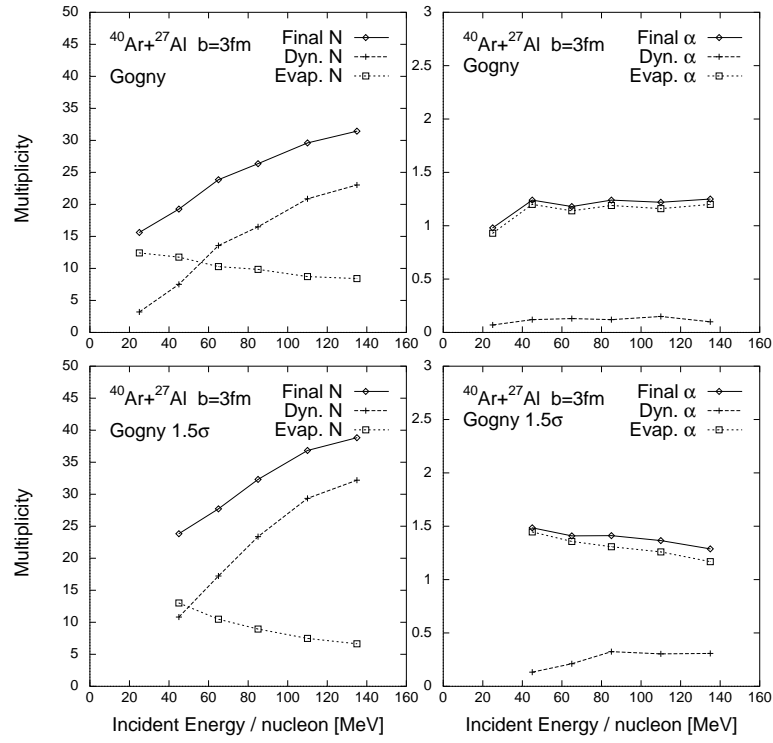


図 21. 衝突パラメータ 3 fm の $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突での核子 (左) と α 粒子 (右) の多重度を入射エネルギーの関数として示した. + はダイナミカルに生成していた粒子の多重度で, □ は励起したフラグメントの統計崩壊により生成した粒子の多重度である. 実線で結ばれた ○ が最終的な計算値を示す. 下側の図には, 通常よりも 1.5 倍大きい二核子衝突断面積を用いた場合の結果を示した.

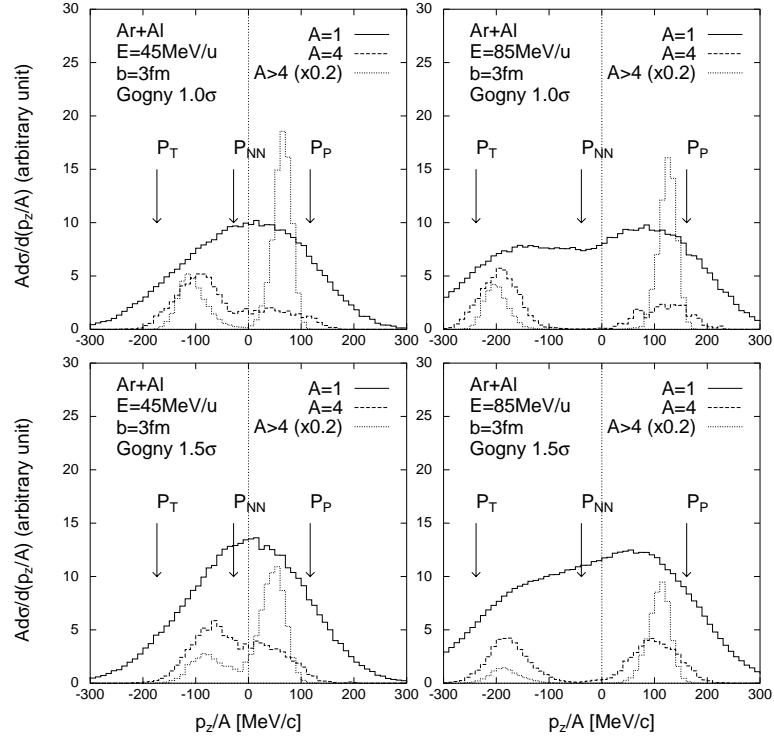


図 22. 入射エネルギー 45 MeV/u (左) と 85 MeV/u (右) の $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突での、核子、 α 粒子、および重いフラグメント (質量数 5 以上) の運動量のビームに平行な成分の分布。衝突パラメータは 3 fm に固定した。有効相互作用は Gogny 力で、二核子衝突断面積として通常値 (上側) と 1.5 倍したものの (下側) を用いた。縦軸のスケールは、フラグメントに含まれる核子数に比例する。入射核と標的核の速度に対応する運動量を P_P , P_T の矢印で示し、入射核の核子と標的核の核子の重心速度を P_{NN} の矢印で示した。

依存するのに対して、 α 粒子の多重度の計算値にはほとんどエネルギー依存性が見られない。また、図 21 の下側の図は、二核子衝突断面積として標準値を 1.5 倍したものをを用いた場合の結果であるが、核子の多重度は二核子衝突断面積に対する依存性が高い。

図 22 には、核子やフラグメントの運動量のビーム方向の成分の分布の計算結果を入射エネルギー 45 MeV/u と 85 MeV/u について示した。この図をかく際には、AMD の動力学的計算で生じた質量数 A_F の粒子は核子当たりの運動量に $\hbar\sqrt{v}/A_F$ の幅をもつものと解釈した。図からわかるように、重いフラグメントの運動量分布には、入射核的および標的核的な成分が存在するのに対し、核子は重心運動量付近を中心に幅の広い分布をもつ。 α 粒子に関しては、45 MeV/u では重心運動量付近にも生成しているが、85 MeV/u では入射核的成分と標的核的成分に分離している。標的核的な部分には、入射核的な部分よりも多くの α 粒子と少ない重いフラグメントができているが、これは軽い標的核 (^{27}Al) が重い入射核 (^{40}Ar) よりも容易に細かく破砕していることを意味している。下側の図は二核子衝突断面積を 1.5 倍にしたときの結果を示しているが、二核子衝突断面積の影響は、核子の生成量のほか、入射核的・標的核的成分のピークの位置にも現れている。

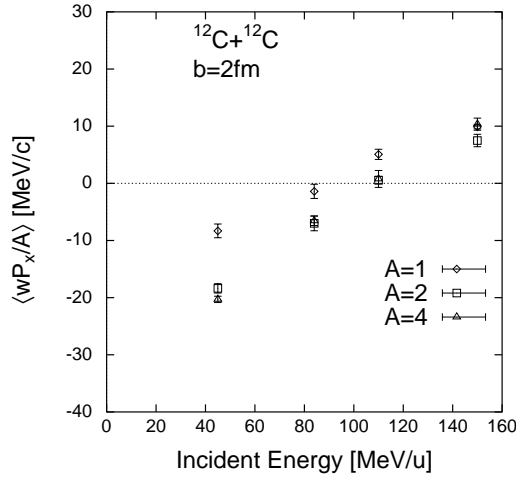


図 23. $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突における核子と α 粒子のフローの計算値を入射エネルギーの関数として示す．衝突パラメータは 2 fm に固定している．

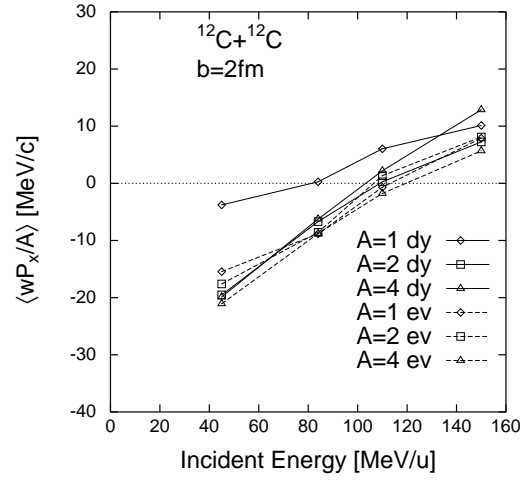


図 24. $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突で動力的に生成した粒子（核子，重陽子， α 粒子）のフローと統計崩壊によって生成した粒子のフローを区別して示す．

4.3. フローの生成機構

4.3.1. フローの計算結果と実験との比較

図 23 と図 25 は，それぞれ $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ と $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突における核子や軽いフラグメントのフローの計算値を様々な入射エネルギーについて示したものである．これから先の計算では，衝突パラメータを $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ では 2 fm， $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ では 3 fm に固定している．いずれの場合も，入射エネルギーがバランスエネルギー以下でフローが負の領域では，核子に比べてフラグメントのフローの方が絶対値が大きい，これは実験で報告されている特徴^{31)–35)} に一致している．また， $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ の場合は重陽子以上のフラグメントのフローは一致しているのに対し， $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ では $1 \leq A \leq 4$ の範囲でフローはフラグメントの質量数の順番に並んでいるが，この点については後で詳しく説明する． $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ の計算では，フローのバランスエネルギーは 100 ± 20 MeV/u であるが，Westfall ら³⁴⁾ の実験値 122 ± 12 MeV/u とほぼ一致している．この実験値は特にフラグメントの質量数を指定していないが，計算結果ではフラグメントのフローのバランスエネルギーは核子のフローのバランスエネルギーより大きくなっている．

図 27 では， $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ の場合の電荷 1 の粒子のフローと電荷 2 の粒子のフローの計算結果を実験値^{31),33)} と比較している．この図での計算値は，実験で採用されているのと同じフローの定義で計算したものである．なお，実験ではフローの符号は定まらず正の側に表示しているが，少なくとも 70 MeV/u 以下の入射エネルギーでは明らかに負の値と解釈される．したがって，実験値が存在しているエネルギー領域で，Gogny 力を用いた我々の計算は実験を非常によく再現している．特に，核子のフローのバランスエネルギーは 85 MeV/u 前後で，実験と一致している．計算では電荷 2 の粒子のフローのバランスエネルギーが電荷 1 の粒子のフローのバランスエネルギーより大きい，その点も実

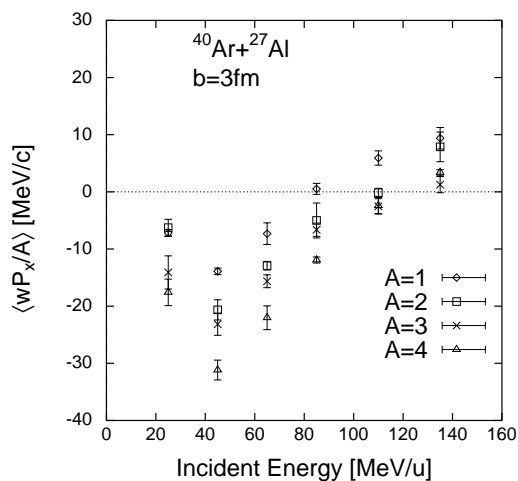


図 25. $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突における質量数 $A = 1, 2, 3, 4$ の核子やフラグメントのフローの計算値を入射エネルギーの関数として示す．衝突パラメータは 3 fm に固定した．誤差棒は，計算結果の統計誤差を示す．

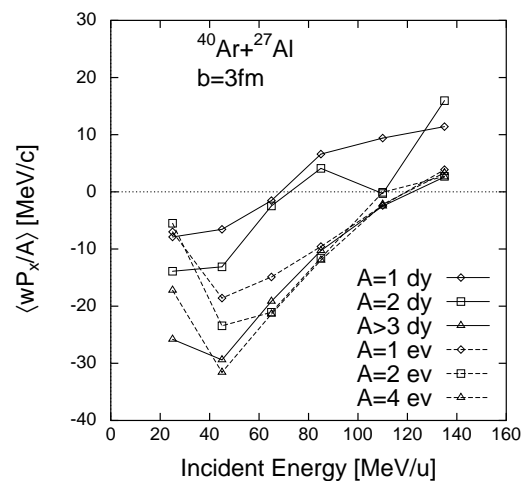


図 26. 動力学的に生成されていた核子やフラグメントのフローと，統計崩壊によって生成された核子やフラグメントのフローを区別して示す．

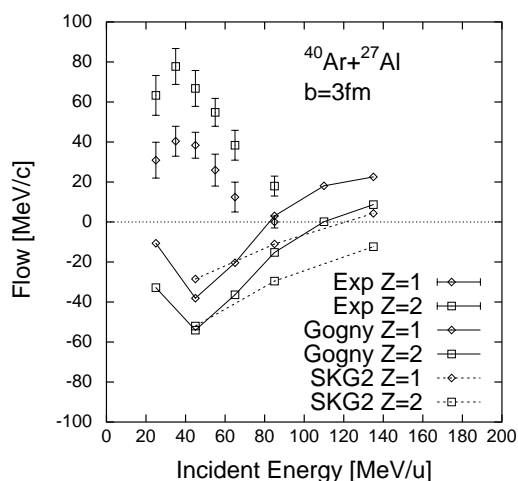


図 27. $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突での電荷 1 の粒子と電荷 2 の粒子のフローの計算値と実験値との比較．この図で $\langle P_x/A \rangle - V_z$ を線をつないで示されている計算値は，実験値 $^{31),33)}$ と同様に， $\langle P_x/A \rangle - V_z$ 曲線の傾きとして定義されている．また，誤差棒のついた $\langle P_x/A \rangle - V_z$ で示された実験値は，文献 33) の結果に，同じ著者らが文献 31) で導入している反応平面決定の補正因子をかけたものである．符号の定まらない実験値は，任意に正の側に表示してある．

験値と矛盾していない．なお，計算でも実験でも，フローは 30 MeV/u から 50 MeV/u のあたりで最小値（最も引力的）となり，それより低いエネルギーでは絶対値が小さくなっていくが，これは核融合的な反応で運動量分布が等方的に近くなっているからである．

4.3.2. 二成分のフロー

フローの計算結果が，実験で観測されているフラグメントの質量数依存性を再現していることがわかったが，ここでは，その質量数依存性の起源を明らかにするため，生成された粒子をその生成時刻により分類してフローを調べてみよう．図 24 と図 26 には，それぞれ $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突と $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突での核子やフラグメントのフローを，動力的に生成されていた粒子と統計崩壊で作られた粒子とに分けて示した．動力的な核子のフローの絶対値が小さいのに対して，統計崩壊で蒸発した核子のフローの絶対値は大きく，最終的に得られる核子のフローはそれらの間の値となっている．しかも，統計崩壊で生じた核子と動力的に生成していたフラグメントと統計崩壊で生じたフラグメントは，みなほとんど同じフローの値をもっていて，動力的な核子のフローに比べてより引力的である．

この計算結果は，次のように解釈できる．すなわち，反応の動力的段階の終了時点で二成分のフローの成分ができているのである．ひとつは動力的に放出された核子のフローであり，もうひとつは励起したフラグメント**のフローである．動力的に放出された核子の大部分は，確率的衝突を受けて放出されたものであり，平均場の効果は確率的衝突により掻き消されてしまっている．それに対し，励起したフラグメントのフローには平均場により引力を受けた効果がそのまま残っているのである．励起したフラグメントからは，統計崩壊によって核子やフラグメントが生成するが，それらはフローに乗った系で等方的に放出されるので，もとの励起したフラグメントのフローと同じフローをもつことになる．また，動力的な核子のフローのバランスエネルギーは励起したフラグメントよりも小さいが，それが核子とフラグメントのバランスエネルギーの計算値の違いの原因となっている．

4.3.3. 軽いフラグメントの生成機構とフロー

これまで見てきたように， $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突と $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突におけるフローは，バランスエネルギーの値など若干の定量的相違はあるものの，非常によく似た特徴を示している．しかしながら，重陽子のフローには明らかな違いが見られる． $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突（図 23）では，重陽子は α 粒子と全く同じ振る舞いをしているのに対し， $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突（図 25）では重陽子のフローは核子のフローと α 粒子のフローの中間にあり，フローはフラグメントの質量の順番に並んでいる．これらの反応よりも重い $^{40}\text{Ar} + \text{Sc}$ 系では質量数ごとに測定されたフローの実験値³⁴⁾があるが，その場合には $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ の計算結果と同じようにフローが質量数の順番に並んでいる．図 24 と図 26 を見比べれば，この相違は動力的に生成される重陽子のフローの違いに由来するものであることがわかる． $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ の場合，

**励起していないフラグメントがあれば，それも含む．

表 VI. $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突 (45 MeV/u と 84 MeV/u) と $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突 (45 MeV/u と 85 MeV/u) での、重陽子と α 粒子の生成機構の比較．詳細は本文を参照のこと．

		45 MeV/u		84 – 85 MeV/u	
		C+C	Ar+Al	C+C	Ar+Al
d	M	0.50	0.57	1.04	0.86
	P_{PT}	$17 \pm 2\%$	$35 \pm 5\%$	$15 \pm 1\%$	$28 \pm 3\%$
α	M	1.29	0.12	1.12	0.12
	P_{PT}	$9 \pm 1\%$	$35 \pm 10\%$	$7 \pm 1\%$	$21 \pm 8\%$

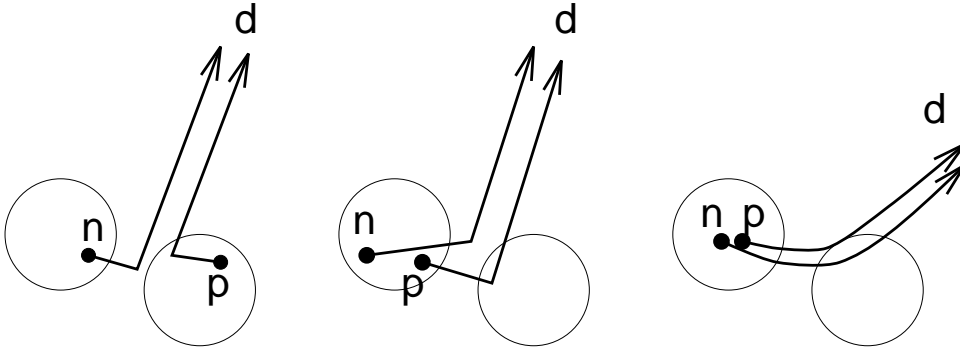


図 28. 重陽子の生成機構の概念図．動力的に放出された 2 核子のコアレスセンスでできる場合（左の二つ）と，確率的衝突の直接的影響を受けずにできる場合（一番右）が考えられる．

動力的な重陽子のフローは励起したフラグメントのフローと全く同じであるが， $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ では，励起したフラグメントのフローよりも動力的な核子のフローの方に近い．

では，なぜ衝突の系によって動力的に生成される重陽子のフローの値が違っているのであろうか？これを理解するためには，重陽子の生成機構に着目することが重要である．我々は，AMD の動力的な計算で生じた重陽子を構成する陽子と中性子の運動を逆向きにたどり，それらが同じ原子核（入射核または標的核）から来たものか，それとも別々の原子核から来たものかを調べた．別々の原子核から来る割合を P_{PT} ，同じ原子核から来る割合を $1 - P_{PT}$ と記すことにする．表 VI に P_{PT} の計算値を重陽子の多重度 M とともに示す． α 粒子についても同様に示した（この場合， $1 - P_{PT}$ は α 粒子内の全核子が同じ原子核から来た割合である）． $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ の場合，動力的な重陽子のうちの約 15 % が別々の原子核から来た核子によって作られているが，この割合は $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ の場合約 30 % である．入射エネルギー 45 MeV/u と 84 – 85 MeV/u について計算してみたが， P_{PT} には有意な入射エネルギー依存性は見られなかった．このように別々の原子核からの核子によって作られる重陽子は，図 28 の左側の図のように，別々に確率的衝突を受けた後の二つの核子がたまたま近い位置と運動量をもったために合体して生じた（すなわちコアレスセンス）ものであるとしか考えられない．ここで注意しな

ければならないのは、図 28 の真ん中の図のように、同じ原子核からの二つの核子も全く同様にコアレスセンスによって重陽子を作ることである。そのため、全部の重陽子がコアレスセンスでできたとしても P_{PT} は約 50 % である。逆にいえば、 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突で $P_{PT} \approx 15\%$ ということは、動力的に生じた重陽子のうちの約 30 % がコアレスセンスにより生じたものであり、残りの 70 % がその他機構（図 28 の右側の図のように、同じ原子核からの二核子だけが重陽子を作る）によって作られたということを意味する。後者の機構では、コアレスセンスの場合ほど確率的衝突の直接的影響はないと考えられる。一方、 $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ の場合、 $P_{PT} \approx 30\%$ だから、約 60 % の重陽子がコアレスセンスによってできたわけである。^{††}

このように、 $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ では多くの動力的な重陽子がコアレスセンスによって作られているのに対し、 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ では大部分の重陽子が確率的衝突の直接的な影響を受けずに作られている。これは、系の大きさによって動力的に放出される核子の数が違うからであろう。この違いが、重陽子のフローの振る舞いの違いを説明することができる。すなわち、コアレスセンスでできた重陽子の運動量分布は合体する前の確率的衝突を受けた動力的な核子の運動量分布を反映するため、 $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ では動力的な重陽子のフローが動力的な核子のフローに近い。それに対し、 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ では、大部分の重陽子は他の励起したフラグメントと同様に、確率的衝突の直接的影響がなく、フローに平均場の効果が強く残っているのである。

表 VI から、 α 粒子の生成機構にも $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ の場合と $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ の場合とで相違があることがわかるが、その起源は、同じ原子核の 4 つの核子を作る α 粒子の数量の違いにある。つまり、 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突では、入射核や標的核が他方の核との相互作用（平均場や確率的衝突）により壊れることによって多くの α 粒子が作られており、そのために動力的な α 粒子の多重度が 1 以上もあり P_{PT} が小さいという結果になっている。それに対し、 $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突ではそのような α 粒子がほとんどなく、動力的な α 粒子の多重度が小さくコアレスセンスの割合が相対的に大きくなっている。AMD の計算では、小さい核ほど容易に全体が細かく壊れるという傾向がある。

4.4. フローの確率的衝突断面積依存性と有効相互作用依存性

4.4.1. 確率的衝突断面積依存性

重イオン衝突で実現されるような核媒質中での二核子衝突断面積としてどのような値を用いるべきかということは、理論的にはよくわかっていない。重イオン衝突では核媒質は非平衡の状態にあり、密度や温度により状態を指定することもできないので、G 行列に基づく断面積を用いるのも厳密に言えば難しい。我々は、むしろ、確率的衝突断面積を有効相互作用と同じように未知のものと考え、計算結果の依存性を調べることで、最終的な結論を下すという立場をとる。

$^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突に関しては、いくつかの入射エネルギーで、通常確率的衝突断面積（以下 σ ともいう）の他に、それを 0.5 倍したものと 1.5 倍したものを使った計算も行なった。図 29 と図 30 には、

^{††} 厳密にいうと、ここでは ^{40}Ar と ^{27}Al の質量の差を考慮しなければならないが、その影響は小さい。

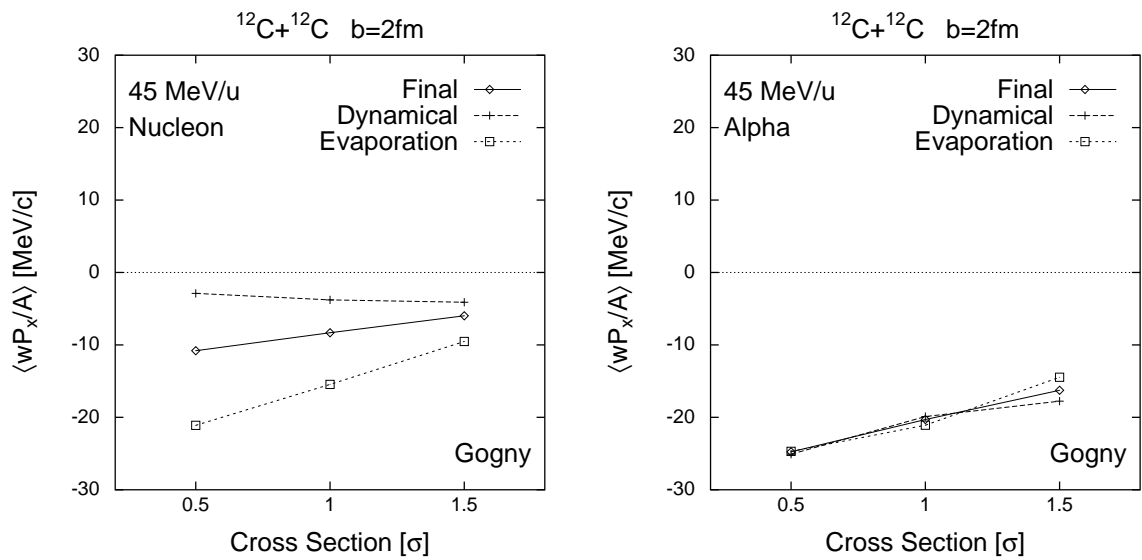


図 29. 入射エネルギー 45 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突における核子 (左) と α 粒子 (右) のフローの確率的衝突断面積依存性 .

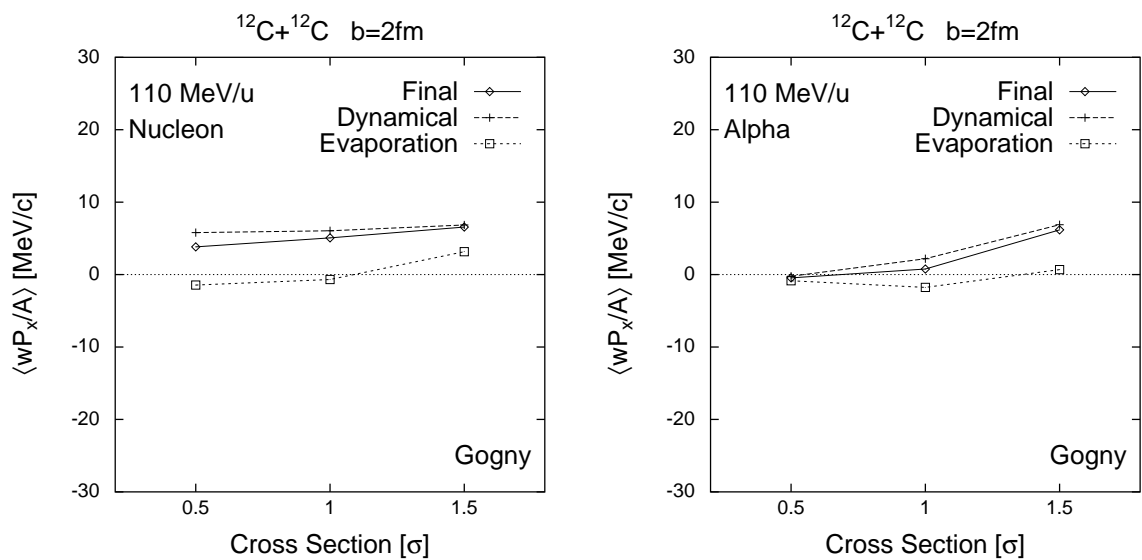


図 30. 入射エネルギー 110 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突における核子 (左) と α 粒子 (右) のフローの確率的衝突断面積依存性 .

それぞれ 45 MeV/u と 110 MeV/u のときの核子と α 粒子のフローの σ 依存性を示す．動力的に作られた粒子のフローと統計崩壊でできた粒子のフローを最終結果とともに示している．これらの図からわかるように，動力的な核子のフローはほとんど σ に依存していない．もちろん，その多重度は σ に直接依存していて， $0.5\sigma, 1.0\sigma, 1.5\sigma$ に対してそれぞれ 2.00, 3.52, 4.95 である．この結果は先に提示したフローの二成分の解釈と一致している．つまり，動力的な核子のフローを決めているのはそれらが確率的衝突によって放出されたものであるという事実であって，そのような核子がいくつあるかは関係ないのである．なお，最終的な核子のフローには統計崩壊で生じた核子からの寄与もあるので， σ 依存性が現れることになる．

一方，45 MeV/u のように入射エネルギーが低いときには励起したフラグメントのフローの σ 依存性は大きい． σ が大きいほど負のフローの絶対値は小さくなっている．この結果は，励起したフラグメントのフローは平均場によって作られたものであるというフローの二成分の解釈と矛盾するようであるが，実はそうではない．この σ 依存性は，運動量分布のフロー以外の側面にも注意を払えば，ごく自然な結果であることがわかる．図 31 は 45 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突で動力的に生成していた核子と α 粒子の運動量の反応平面内の成分の分布を示したものである．3 つの確率的衝突断面積 ($0.5\sigma, 1.0\sigma, 1.5\sigma$) を用いたときの結果を示す．同様に，図 32 は，統計崩壊によって生じた核子と α 粒子に対する結果である．動力的な α 粒子と統計崩壊の核子と α 粒子は，核子の分布の幅が α 粒子に比べて広い点を別にすれば，ほぼ同じ運動量分布（励起したフラグメントの運動量分布）をもち，引力的なフローをもっていることははっきりわかる．それに対し，動力的な核子の運動量分布はかなり等方的である．励起したフラグメントの運動量分布の σ 依存性は一目瞭然である． σ が大きくなるほど運動量分布の重心付近の減衰した成分が増えていき， 0.5σ ではふた山にはっきりわかれていたものがつながってくる．特にフローの角度が変わっているようには見えないが，この変化のために式 (4.1) で定義されるフローの値は σ によって変化するのである．また，別の定義 (4.2) を採用した場合でも同様の σ 依存性がフローに現れる．

同様のフローの σ 依存性が， $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突の場合にも得られた．図 33 にその結果を示す． $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ の場合は， $1.0\sigma, 1.5\sigma, 2.0\sigma$ で計算した． $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突の場合と同様に，低エネルギーでは励起したフラグメントの σ 依存性のために α 粒子や核子のフローに σ 依存性が現れているのに対し，エネルギーが高くなるとこの依存性はほとんどなくなる．85 MeV/u では 1.5σ まで二核子衝突断面積を増やしてもフローはほとんど変わらないが， 2.0σ まで増やすと若干の依存性が現れる．135 MeV/u になると， 2.0σ まで増やしても依存性は現れない．

$^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ の場合のフローの σ 依存性は $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ の場合と同じ機構により生じているものであるが，ここではフローテンソル

$$F_{ij} = \frac{\sum_k P_{ki} P_{kj} / A_k}{\sum_k A_k} \quad (4.3)$$

を用いて解析してみよう． k は全イベントで生成したフラグメントを指定する添え字で， i, j は空間の三成分 x, y, z を表す．総和は，フラグメントの質量数を限定してとることとする．このフローテンソル F_{ij} は，フロー角 Θ_{flow} と四重極変形パラメータ $\beta_{\text{flow}}, \gamma_{\text{flow}}$ を用いて特徴づけられる． Θ_{flow} は F_{ij} の最大固有値に対応する固有ベクトルが z 軸（ビーム方向）となす角度である．また， β_{flow} と γ_{flow} は， F_{ij} の固有値の比を $e^{2t_1} : e^{2t_2} : e^{2t_3}$ （ただし， $t_1 \leq t_2 \leq t_3$ ）とするとき，

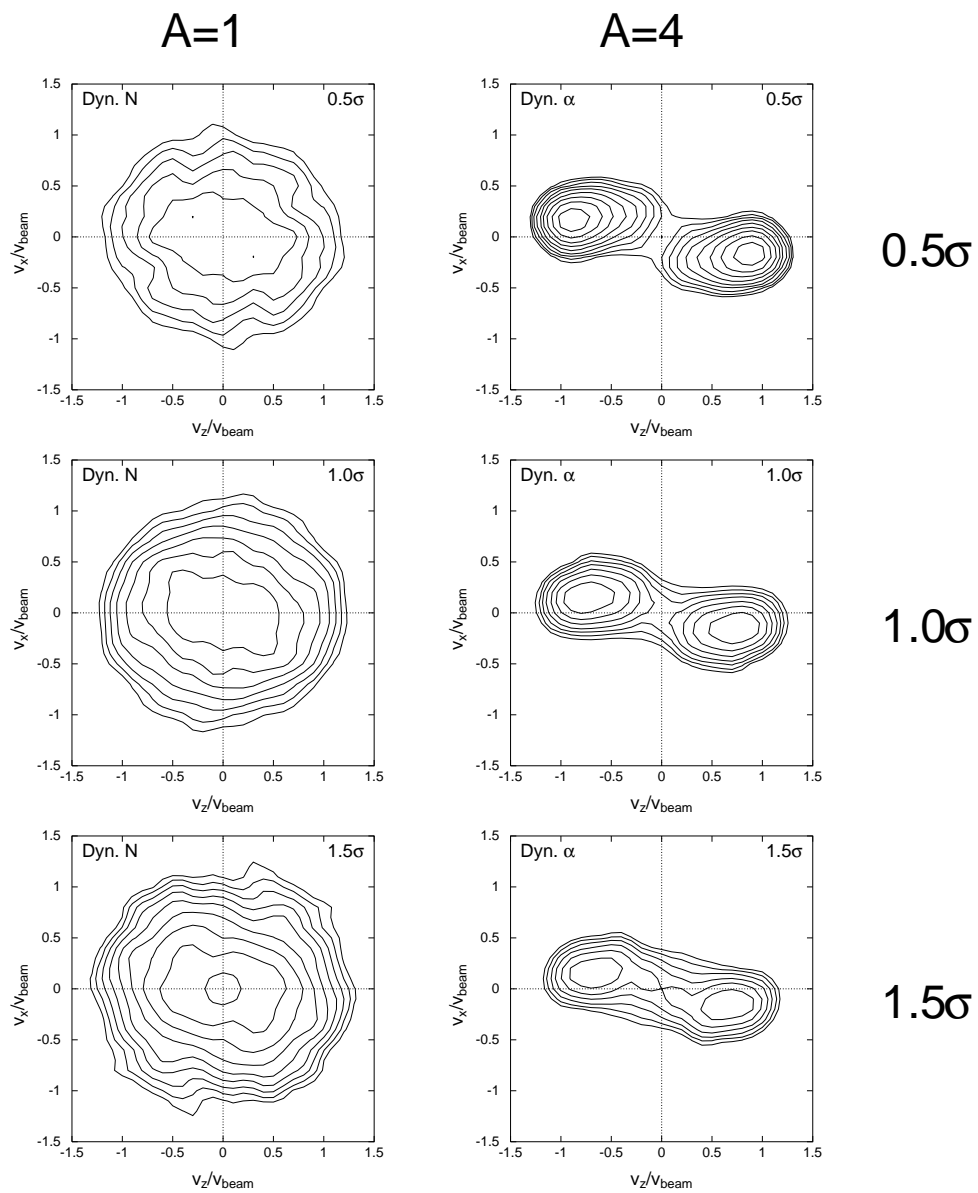


図 31. 入射エネルギー 45 MeV, 衝突パラメータ 2 fm の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突において, 動力的に生成された核子と α 粒子の速度分布. 3 通りの確率的衝突断面積 0.5σ , 1.0σ , 1.5σ に対する結果を示す.

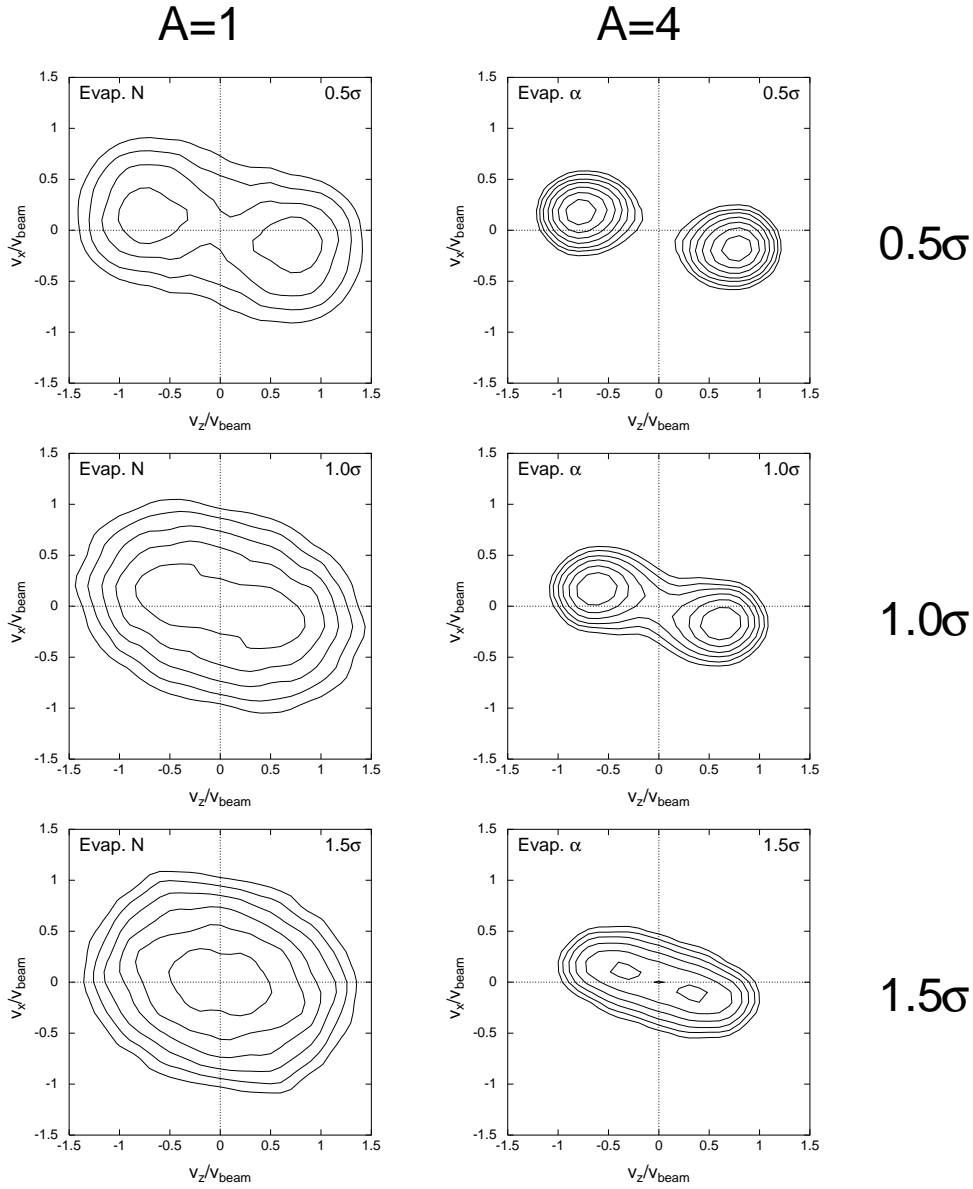


図 32. 入射エネルギー 45 MeV, 衝突パラメータ 2 fm の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突において, 励起したフラグメントの統計崩壊により生成された核子と α 粒子の速度分布. 3 通りの確率的衝突断面積 0.5σ , 1.0σ , 1.5σ に対する結果を示す.

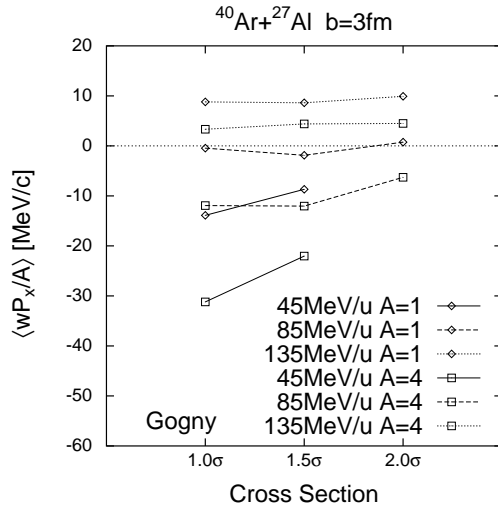


図 33. $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突における核子のフローと α 粒子のフローの二核子衝突断面積依存性．Gogny 力を有効相互作用として用い，衝突パラメータは 3 fm に固定した場合の結果を示す．

$$t_i = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta_{\text{flow}} \cos\left(\gamma_{\text{flow}} - \frac{2\pi}{3}i\right) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4.4)$$

によって定義した．入射エネルギーの減衰が大きければ運動量分布は等方的に近くなって β_{flow} は小さくなるから， β_{flow} は減衰の程度を表すと考えられる．

図 34 と図 35 に，それぞれ Θ_{flow} と β_{flow} の計算値を核子と α 粒子に対して入射エネルギーの関数として示す．実線でつないだのは標準的な σ を用いたときの結果で，線でつないでいない \times と $+$ は 1.5σ のときの結果である．断面積が大きくなると β_{flow} は小さくなっているが，これは $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突のときに図 31 と図 32 で見たのと同じことであり，低エネルギーではフローの σ 依存性の原因となっている．入射エネルギーが高いほうでも β_{flow} は σ 依存性があるが，その変化は β_{flow} の絶対値に比べて小さいので，フローの値はほとんど σ に依存しなくなっているのだと思われる．また，非常に興味深いことに， Θ_{flow} はすべての入射エネルギー領域で σ 依存性がないうえに，低エネルギーでは核子に対しても α 粒子に対してもほとんど同じ値が得られた．これは，フローの二成分の解釈とも一致している．すなわち，励起したフラグメントは一定の角度 Θ_{flow} のフローをもち，等方的な動力学的な核子からの寄与はフローテンソルの F_{ij} 固有ベクトルを変えないから， Θ_{flow} には何の影響も与えていないのである．

結局，45 MeV/u 程度の入射エネルギーでは減衰した成分の大小によるフローの σ 依存性が大きいですが，バランスエネルギー程度以上になるとほとんど σ 依存性がなくなることがわかった．したがって， σ の値がよくわかっていない現状でも，例えばバランスエネルギーの計算値は信頼することができる．また，式 (4.1) や式 (4.2) のような通常よく用いられているフローではなく，フロー角 Θ_{flow} に注目すれば，低いエネルギーでも σ 依存性がない．

4.4.2. 有効相互作用依存性と核物質の状態方程式

フローの研究の締めくくりとして，フローの有効相互作用依存性（以下では EOS 依存性ともいう）を調べることにより，核物質の状態方程式（EOS）に関する情報を引き出そう．これまで議論し

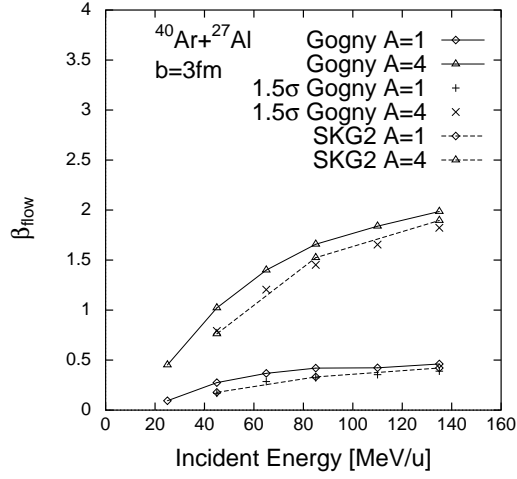


図 34. $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突でのフローテンソルの四重極変形のパラメータ β_{flow} の計算値を入射エネルギーの関数として示す．

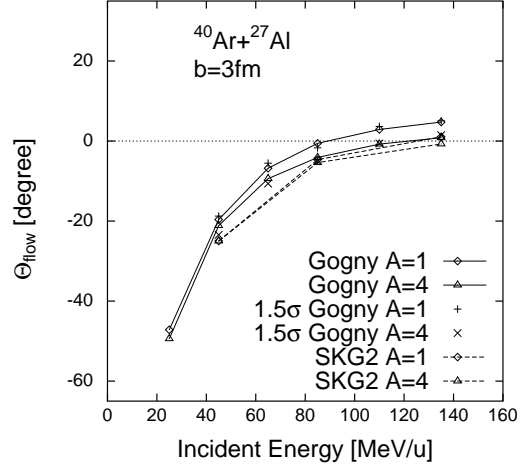


図 35. $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突でのフローの角度 θ_{flow} の計算値を入射エネルギーの関数として示す．

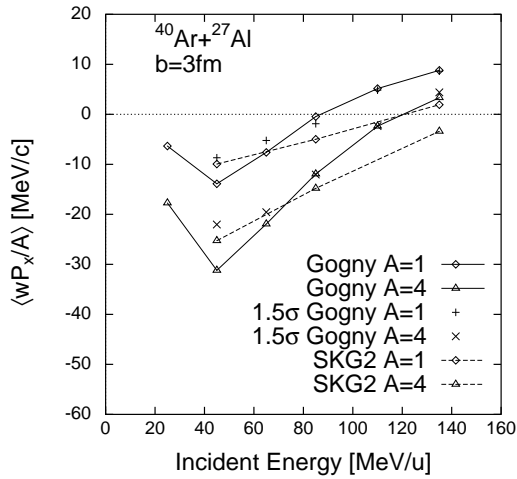


図 36. $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突での核子と α 粒子のフローの計算値．実線は Gogny 力を用いた場合の結果で，破線は SKG2 力を用いた場合の結果である．+ と × は Gogny 力を用い，二核子衝突断面積を通常より 1.5 倍大きくとったときの結果を示す．

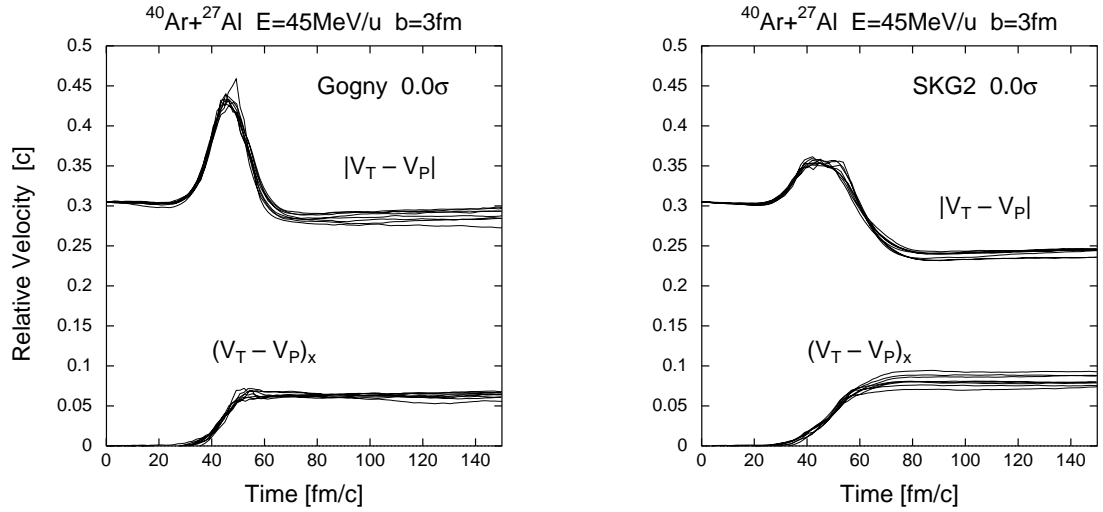


図 37. 入射エネルギー 45 MeV/u の $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突での入射核と標的核の相対速度 $\mathbf{V}_T - \mathbf{V}_P$ の時間発展．確率的衝突を入れないときの計算結果で，Gogny 力（左）を用いたときの結果と SKG2 力（右）を用いたときの結果を示す．それぞれ 8 イベントずつ計算し，相対速度の絶対値と x 成分を示した．

てきた計算結果は Gogny 力を用いたときのものであったが，SKG2 力を用いた計算も同様に行なった．結果は図 36 に破線で示されているほか，以前の図 27, 34, 35 にも破線で表示している．図 27 で実験値と Gogny 力での計算結果，SKG2 力での計算結果を比較すれば，Gogny 力が実験値をよく再現しているのに対して SKG2 力は再現していないことがわかる．特に，SKG2 力では，電荷 1 や電荷 2 の粒子のフローのバランスエネルギーが大きすぎる．また，フローの入射エネルギー依存性が Gogny 力の場合に比べて小さすぎる．Gogny 力は比圧縮率 $K = 228$ MeV の軟らかい EOS を与え，SKG2 力は $K = 373$ MeV の硬い EOS を与える．一般には硬い EOS の方がより強い斥力が生じてバランスエネルギーが小さくなると思われるが，SKG2 力でバランスエネルギーが大きくなるのは，SKG2 力が作る平均場に運動量依存性がないためであると考えられる．それに対し，Gogny 力が作る平均場には適切な運動量依存性があるため，実験値のようなフローのエネルギー依存性が得られたのである．この $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突に関しては，大西らによる QMD の計算⁴⁶⁾もある．彼らは統計崩壊を計算せずに包括的なフローのみを議論しているので，我々の結果と直接比較することはできないが，得られた結論は同様である．

最後に，図 34 からわかるように，同じ確率的衝突断面積を用いた場合でも，SKG2 力のときの方が Gogny 力のときよりも減衰が大きくなっていることがわかる．これが本当に，二核子衝突の影響ではなく有効相互作用の影響であることを確かめるために，全く確率的衝突を入れない計算を行なって比較してみよう．図 37 では，入射エネルギー 45 MeV/u で衝突パラメータ 3 fm の $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突をそれぞれ 8 イベントずつ計算したときの，入射核と標的核との相対速度の時間発展を示している．確率的衝突を入れていない計算であるので，イベント間のゆらぎは初期状態における入射核と標的核の向きの違いによるものである．入射核や標的核の各時刻での位置は，もともとそれぞれの核から来た核子の物理的位置 $\text{Re } \mathbf{W}_i / \sqrt{v}$ の重心として計算した．入射核と標的核が近づくと引力によって相対

速度の大きさが増加しているが、この加速の効果は Gogny 力で大きく SKG2 力で小さい。そして、Gogny 力では最終的な相対速度は初期の相対速度とほとんど変わっていないのに対して、SKG2 力では最終的な速度はかなり減衰している。これは、SKG2 力は硬い EOS を与えるので原子核が重なったときの引力がかなり弱められ⁴⁷⁾、その結果加速が小さく相互作用時間が長くなったために減衰が増したと考えられる。また、最終的な横方向の相対速度は SKG2 力の方が大きいことが、これは、二核子衝突を入れた計算で図 35 のように SKG2 力の方が回り込みの角度が大きいことと対応している。

§ 5. まとめと今後の展望

本論文では、AMD（反対称化分子動力学）を重イオン衝突の微視的シミュレーション法として導入し、それを用いて、中間エネルギー重イオン衝突でのフラグメント生成などの反応機構を研究し、また、高温高密度核物質の性質の情報を得るために核子やフラグメントのフローを調べた。

AMD は、系の波動関数をガウス波束のスレーター行列式で表現し、その時間発展を時間依存変分原理から導かれる運動方程式によって決定する枠組みであり、Feldmeier や堀内らにより、重イオン反応の微視的シミュレーションのために提案されたものである。しかし、実際に中高エネルギー重イオン衝突に適用するには、さらに二核子衝突を入れることが不可欠であり、本論文では、核子の物理座標を新たに導入することにより、それを実現した。物理座標は、時間依存クラスター模型ですでに導入されていた二クラスター系の場合の正準座標をもとに、多核子系に拡張することにより定式化されたが、その物理座標の空間にはパウリ禁止領域が現れ、二核子衝突におけるパウリブロッキングは自然に取り入れられた。また、AMD のように、波束によって核子を表現すると、孤立した核子やフラグメントの重心も波束となり、その広がりに対応するゼロ点振動の運動エネルギーを持つことになる。このゼロ点振動には物理的な意味はなく、このために核子放出やフラグメント生成のしきい値が再現できないという問題が生じる。本論文では、フラグメントの数を表す連続関数を定義することによって、この非物理的なゼロ点振動を現象論的に取り除く方法を提案し、計算に用いた。

このようにして、重イオン衝突シミュレーション法として定式化された AMD を用いて、まず、入射エネルギー 28.7 MeV/u の $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突におけるフラグメント生成と反応機構を研究した。AMD では、この反応で生成されるフラグメントのアイソトープ分布をよく再現することができた。特に、 α 粒子の大きな生成断面積が再現され、AMD がシェル効果を記述できることが実証された。質量数分布の定量的な再現には、AMD の動力学計算で生じた励起したフラグメントの統計崩壊を考慮することが重要であったが、計算では動力学的な段階でも大量の α 粒子が生成しており、AMD は動力学的なフラグメント生成におけるシェル効果を記述できている。フラグメントの質量数分布はほとんど二核子衝突断面積には依存しないのに対し、フラグメントの運動量分布は、確率的衝突過程に強く依存している。特に、このような比較的低エネルギーでの周縁衝突でも関与者傍観者描像に近い入射核破碎反応が起こっていることが実験ではわかっているが、それを AMD で再現するためには、二核子衝突だけでは不可能で、核子 α 衝突のような多体的な確率的衝突過程を導入すれば再現できることがわかった。また、入射核より少し軽いフラグメントや α 粒子などの運動量分布の低エネルギー部分（すなわち減衰した成分）は、確率的衝突断面積の大きさに強く依存していることも明らかになっ

た．

次に，入射エネルギーが数十から 150 MeV/u 程度までの中間エネルギー領域でのフローを $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突と $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突に対して研究した．本論文の特徴は，核子のフローだけでなく重陽子や α 粒子などフラグメントのフローにも着目したこと，また，単に核物質の状態方程式依存性を調べるだけでなく，フラグメントの生成機構や確率的衝突断面積依存性の効果にも注目した点である．Gogny 力を用いた AMD の計算結果は，これらの反応に関して入手可能な実験データ（フローのバランスエネルギーなど）をほぼ再現している．特に，核子のフローに比べてフラグメントのフローの絶対値が大きいという実験結果を再現することができたが，計算結果を粒子の生成時刻によって分類することにより，この結果は，フローに二成分あるためであると解釈できることが明らかになった．すなわち，第一の成分は確率的衝突を経て動力的に放出された核子のフローであり，平均場の効果が掻き消されているためにその絶対値は小さい．第二の成分は，動力的な反応過程で生成された励起したフラグメントのもつフローであり，平均場の効果を強く残しているために絶対値が大きいのである．また，動力的に生じた重陽子のフローの振る舞いは， $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ の場合と $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ の場合で異なることがわかったが，それは動力的な重陽子の生成機構の違いによるものであることが判明した．すなわち， $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ ではほとんどの重陽子が平均場の効果で生成しているのでそのフローはフローの第二成分に等しいのに対し， $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ では多くが動力的な核子のコアレスセンスによって作られたものである所以そのフローはフローの第一成分に近いのである．次に，フローの確率的衝突断面積に対する依存性を慎重に調べたが，これを理解するにはフローだけでなく運動量分布全体に着目することが必要であった．確率的衝突断面積が大きくなると，フローの角度はほとんどかわらないが，励起したフラグメントの運動量分布の減衰した成分が増大する．その結果としてバランスエネルギー以下の入射エネルギーでは，通常定義のフローは確率的衝突断面積に依存することになっている．しかし，バランスエネルギー程度以上になると，この依存性はかなり小さく，したがって，二核子衝突断面積の理論的不定性に結果が影響されないことになる．そこで， $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突の場合に，核物質の軟らかい状態方程式（非圧縮率 $K = 228$ MeV）と運動量依存性をもつ平均場を与える Gogny 力を用いたときの結果と，硬い状態方程式（ $K = 373$ MeV）と運動量依存性のない平均場を与える SKG2 力を用いたときの結果を比較してみると，明らかに Gogny 力はフローの実験を再現しているのに対し，SKG2 力ではバランスエネルギーが大きすぎ，実験と一致していない．すなわち，平均場の運動量依存性がない硬い状態方程式は実験と矛盾することが結論された．

本研究では，運動量依存性をもつ平均場と硬い状態方程式を与える有効相互作用を用いたフローの計算は行なわなかった．我々は，通常微視的シミュレーションで行なわれているように核物質の飽和密度とそのエネルギーの要請を相互作用に課すだけでなく，様々な質量数の原子核の基底状態の性質をも同時に再現しておきたい．したがって，有効相互作用に対する条件が厳しく，適切なパラメータを新たに探さなければならないが，そのような相互作用を用いたフローの研究を行なうことは，核物質の状態方程式を決定するためには非常に重要である．

さて，この論文では，重イオン衝突における非常に興味深い現象である多重破碎反応についてはほとんど触れなかった．これまでに調べた反応のうち， $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突の AMD 計算では，ある意味では多重破碎が起こっている．すなわち，標的核からの相互作用（平均場や確率的衝突）を受けた入射核が，反応の動力的な段階でいくつものフラグメントに分解するというイベントがかなりあり，例

例えば入射核（または標的核）から二つ以上の α 粒子ができることもある．このような入射核（または標的核）の破碎様式は，核子と原子核との衝突では起こらず，重イオン衝突に固有の現象のようである．注意すべきことは，§4.3.3 で見たように， $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 衝突の AMD 計算で動力学的に生成される α 粒子のほとんどは，入射核だけまたは標的核だけから来た 4 核子で構成されている点である．したがって，系の大部分からできた励起した源から中間的な質量をもつフラグメントが多数生成するという普通の多重破碎反応の描像^{††}とは異なっている．また，§4.2 や §4.3.3 でも述べたように，このような入射核・標的核の多重分解は， ^{40}Ar のように原子核が重くなるほど起こりにくくなる．それでも，本論文で示したように 44 – 45 MeV/u での $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突のフラグメントの質量数分布は，統計崩壊を考慮することにより，ほぼ再現されている．この事情は QMD でも同様のようであり，例えば，文献 48) の入射エネルギー 35 MeV/u の $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ 衝突の質量数分布は，多重破碎反応ではなく入射核的・標的核的フラグメントの統計崩壊によりほぼ説明できる⁴⁹⁾ から，このエネルギー領域では多重破碎反応が起こっていない可能性もある．しかしながら，QMD では α 粒子や中間質量フラグメントの生成量を過小評価する傾向がある．44 – 45 MeV/u の $^{40}\text{Ar} + ^{27}\text{Al}$ 衝突の AMD 計算でも質量数 10 から 15 付近の中間質量フラグメントを過小評価している．

多重破碎反応の主要な特徴は，励起した熱平衡の源が統計的に崩壊すると仮定する統計模型^{50)–52)} で非常によく記述できることが知られている．AMD のような微視的シミュレーションにおいては，その統計的性質は自動的に動力学に含まれることになる．多重破碎現象を支配するものが統計的性質であるとすれば，AMD のもつ統計的性質が正しいものであるかどうかを確認する必要がある．例えば，励起した原子核においては，励起エネルギーと温度との間に $E = aT^2$ のような量子論的な関係があり，状態密度パラメータ a は $A/(8 \text{ MeV})$ とか $A/(12 \text{ MeV})$ という程度の値である．一方，AMD で記述される原子核では，付録 D の方法によって計算したところ， $E \sim 3AT$ という完全に古典的な統計的性質をもつことがわかった．これは，AMD での運動は古典的な運動方程式によって支配されているから当然のことといえる．この結果，AMD では励起した原子核からの核子蒸発が非常に起こりにくく，また蒸発したとしても核子のエネルギーが異常に小さい．

この問題を解決するには，AMD の動力学（特に原子核から核子やフラグメントが放出されるとき の動力学）を改良しなければならない．AMD では核子を波束として表すため，核子は運動量にも幅を持つが，原子核内ではこの幅はフェルミ運動の一部としての意味をもつ．しかし，核外に放出された後までこの幅を保持させるのは好ましくない．例えば，核内での波束の高運動量の部分が核外に飛び出すだけのエネルギーを持っていたとしても，波束の中心が十分なエネルギーを持たなければ，結局何も放出されないことになる．そこで，核外の核子は平面波（または古典粒子）と解釈することにし，核子が放出される際に，核内にいたときの運動量の分布に応じて放出後の運動量をランダムに与えるという過程を AMD の動力学に追加する．この改良を行なうと，AMD は古典ハミルトニアン系ではなくなるが，箱の中に閉じ込められた核子系での液相（原子核）と気相（孤立した核子の集まり）との相平衡を通じて原子核の統計的性質を調べられる．その結果，運動量の幅を取り入れること

^{††} 多重破碎現象は比較的短い時間スケール（ $\sim 100 \text{ fm/c}$ ）でおこる現象を指し，本論文の研究で考えた長い時間スケールの統計崩壊とは区別しなければならない．

により，量子論的な統計的性質 $E = aT^2$ が得られることがわかってきた．そこで，今後は，この改良された AMD によって多重破碎現象が実際に記述できるのではないかと期待が持てる．それが成功すれば，熱平衡などを一切仮定せずに，重イオン衝突の始めから終わりまでを単一の枠組みで記述できることになる．

AMD や QMD などの微視的シミュレーションは，もともと重イオン衝突のために発展してきたものであるが，核子入射反応などの軽イオン反応に対しても適用できることが明らかになってきている⁵³⁾．本論文で研究してきた重イオン衝突では一般に系全体が高く励起して非常に複雑な反応が起こるのに対し，軽イオン反応ではその反応機構が比較的単純である．従来異なる枠組みで研究されてきたこれらの核反応を単一の枠組みで研究できる利点は大きい．また，軽イオン反応は核媒質中での二核子衝突など基本的な過程を調べるのに適しており，重イオン反応の場合と相補的な情報を与えてくれるのではないかと期待される．

本論文では，非相対論的なエネルギー領域での重イオン衝突のみを議論してきた．相対論的なエネルギーになると，まず， Δ 共鳴や π 中間子が登場するが，それらを取り入れる拡張は現在進行中である．また，さらに高エネルギーになると，運動学を相対論的にすることを検討しなければならない．

AMD は，中性子過剰核のような軽い不安定核の構造の研究でも成功を収めている²⁰⁾．今後は，より広範囲の不安定核の研究を進めていくと同時に，不安定核による核反応の研究も重要な課題である．例えば，中性子過剰核どうしの衝突が実現すれば，今回行ったようなフローやフラグメントの運動量分布に着目することにより，中性子過剰核物質の状態方程式の研究が可能となろう．その際には，アイソスピン自由度をより正確に取り扱うために，これまでは固定していたアイソスピン（およびスピン）の波動関数を時間依存とするなどの拡張が必要となるかもしれない．

謝辞

本研究は，堀内昶氏，丸山敏毅氏，大西明氏との共同研究に基づくものです．堀内氏をはじめ共同研究者の方々には，研究を通じてのご指導と有意義な議論に深く感謝いたします．また，京都大学理学部原子核理論研究室の皆様には，セミナーなどを通して日常的な議論とあたたかい励ましをいただきました．ここに感謝の意を表します．

本研究の計算の多くの部分は，大阪大学 RCNP からの援助（大型計算プロジェクト No. 92-B-04 など）を受け，京都大学大型計算機センターの計算機（富士通 M1800, VP2600）を利用して行なわれました．また，理化学研究所にも計算機（富士通 VPP500）を利用させていただきました．著者は，日本学術振興会より特別研究員（DC）として援助を受けました．

付録 A.

— ハミルトニアン の期待値と微分 —

AMD の波動関数は互いに直交していない一粒子波動関数のスレーター行列式

$$|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{A!}} \det[\varphi_i(j)] \quad (\text{A}\cdot 1)$$

で与えられているが，そのような場合の一般の一体演算子や二体演算子

$$T = \sum_{i=1}^A t_i, \quad V = \sum_{i<j} v_{ij} \quad (\text{A}\cdot 2)$$

の期待値は

$$\mathcal{T} = \langle T \rangle = \frac{\langle \Phi | T | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \Phi \rangle} = \sum_{i,j=1}^A \langle \varphi_i | t | \varphi_j \rangle B_{ji}^{-1}, \quad (\text{A}\cdot 3)$$

$$\mathcal{V} = \langle V \rangle = \frac{\langle \Phi | V | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \Phi \rangle} = \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l=1}^A \langle \varphi_i \varphi_j | v | \varphi_k \varphi_l - \varphi_l \varphi_k \rangle B_{ki}^{-1} B_{lj}^{-1} \quad (\text{A}\cdot 4)$$

により得られる⁵⁴⁾．ただし， B は一粒子波動関数の重なり

$$B_{ij} = \langle \varphi_i | \varphi_j \rangle \quad (\text{A}\cdot 5)$$

であり，核子 i と核子 j のスピン・アイソスピン α_i, α_j が異なるときは $B_{ij} = 0$ であるから，行列 B はブロック対角的である．

運動エネルギー

$$T = \sum_i t_i = \sum_i \frac{\mathbf{p}_i^2}{2M} \quad (\text{A}\cdot 6)$$

の期待値は

$$\mathcal{T} = \langle T \rangle = \frac{3\hbar^2 v}{2M} A - \frac{\hbar^2 v}{2M} \sum_{\alpha} \sum_{i,j \in \alpha} (\mathbf{Z}_i^* - \mathbf{Z}_j)^2 B_{ij} B_{ji}^{-1} \quad (\text{A}\cdot 7)$$

となる．ここで， $\sum_{i \in \alpha}$ はスピン・アイソスピン α をもつ核子についての和を表わす．また，二体相互作用

$$V = \sum_{i<j} v_{ij} \quad (\text{A}\cdot 8)$$

の期待値は

$$\mathcal{V} = \langle V \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \sum_{i,j,k,l \in \alpha} \langle ij | v | kl - lk \rangle B_{ki}^{-1} B_{lj}^{-1} + \sum_{\alpha < \beta} \sum_{i,k \in \alpha} \sum_{j,l \in \beta} \langle ij | v | kl - lk \rangle B_{ki}^{-1} B_{lj}^{-1} \quad (\text{A}\cdot 9)$$

となる．相互作用の具体的な形としては

$$v_{ij} = v_0 X_{ij} \exp[-(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2 / \alpha^2], \quad (\text{A}\cdot 10)$$

$$X = W + B P_{\sigma} - H P_{\tau} - M P_{\sigma} P_{\tau} \quad (\text{A}\cdot 11)$$

(P_σ と P_τ は 2 核子のスピン・アイソスピンを交換する演算子) というガウス関数をとることにする
が, いくつかのガウス関数の和で与えられる場合への拡張は自明である. そうすると, 行列要素は解
析的に計算できて, $i, k \in \alpha$ かつ $j, l \in \beta$ のとき,

$$\begin{aligned} \langle ij|v|kl-lk\rangle = v_0(1-\lambda)^{3/2} \Big\{ & B_{ik}B_{lj}\langle\alpha\beta|X|\alpha\beta\rangle \exp\left[-(\lambda/4)\mathbf{Z}_{ijkl}^2\right] \\ & - \tilde{B}_{il}\tilde{B}_{jk}\langle\alpha\beta|X|\beta\alpha\rangle \exp\left[-(\lambda/4)\mathbf{Z}_{ijlk}^2\right] \Big\} \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 12)$$

となる. ただし,

$$\lambda = \frac{1}{1 + \alpha^2 v}, \quad (\text{A}\cdot 13)$$

$$\mathbf{Z}_{ijkl} = \mathbf{Z}_i^* - \mathbf{Z}_j^* + \mathbf{Z}_k - \mathbf{Z}_l, \quad (\text{A}\cdot 14)$$

$$\tilde{B}_{ij} = \langle \phi_{\mathbf{Z}_i} | \phi_{\mathbf{Z}_j} \rangle = \exp(\mathbf{Z}_i^* \cdot \mathbf{Z}_j) \quad (\text{A}\cdot 15)$$

とおいた.

次に, 運動方程式の右辺 $\partial\mathcal{H}/\partial\mathbf{Z}_h^*$ を求めよう. B の逆行列 B^{-1} の微分は,

$$\frac{\partial B_{ji}^{-1}}{\partial \mathbf{Z}_h^*} = \mathbf{G}_{ih} B_{jh}^{-1}, \quad (\text{A}\cdot 16)$$

$$\mathbf{G}_{ih} = - \sum_l \mathbf{Z}_l B_{hl} B_{li}^{-1} \quad (\text{A}\cdot 17)$$

により求まることを用いると, 運動エネルギーの微分は, $h \in \alpha$ のとき

$$\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \mathbf{Z}_h^*} = -\frac{\hbar^2 v}{2M} \left\{ 2\mathbf{Z}_h^* + \sum_{i,j \in \alpha} [-2\delta_{hi}\mathbf{Z}_j + (\mathbf{Z}_i^* - \mathbf{Z}_j)^2(\delta_{hi}\mathbf{Z}_j + \mathbf{G}_{ih})] B_{ij} B_{jh}^{-1} \right\} \quad (\text{A}\cdot 18)$$

となり, 二体相互作用の微分は, $h \in \alpha$ のとき

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \mathbf{Z}_h^*} = \sum_\beta \sum_{k \in \alpha} \mathbf{D}_{hk}^\beta B_{kh}^{-1} + \sum_\beta \sum_{i, k \in \alpha} F_{ik}^\beta \mathbf{G}_{ih} B_{kh}^{-1} \quad (\text{A}\cdot 19)$$

で計算することができる. ここで, $i, k \in \alpha$ のとき,

$$F_{ik}^\beta = \sum_{j, l \in \beta} \langle ij|v|kl-lk\rangle B_{lj}^{-1}, \quad (\text{A}\cdot 20)$$

$$\mathbf{D}_{ik}^\beta = \sum_{j, l \in \beta} \frac{\partial \langle ij|v|kl-lk\rangle}{\partial \mathbf{Z}_i^*} B_{lj}^{-1} \quad (\text{A}\cdot 21)$$

と定義した. ただし, $i, k \in \alpha$ かつ $j, l \in \beta$ のとき,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle ij|v|kl-lk\rangle}{\partial \mathbf{Z}_i^*} \equiv v_0(1-\lambda)^{3/2} \Big\{ & B_{ik}B_{jl}\langle\alpha\beta|X|\alpha\beta\rangle \left[\mathbf{Z}_k - (\lambda/2)\mathbf{Z}_{ijkl} \right] \exp\left[-(\lambda/4)\mathbf{Z}_{ijkl}^2\right] \\ & - \tilde{B}_{il}\tilde{B}_{jk}\langle\alpha\beta|X|\beta\alpha\rangle \left[\mathbf{Z}_l - (\lambda/2)\mathbf{Z}_{ijlk} \right] \exp\left[-(\lambda/4)\mathbf{Z}_{ijlk}^2\right] \Big\} \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 22)$$

である.

ところで，これまで規格化されていない一粒子波動関数を用いてきたが，そのため実際の計算で不具合が生じる．例えば，原点から遠く離れたところに波束 i がある場合には $B_{ii} = e^{|\mathbf{Z}_i|^2}$ が非常に大きくなり，数値計算ができなくなることがある．そこで B を次のように再定義することにする

$$B_{ij} := c_i B_{ij} c_j, \quad c_i = e^{-|\mathbf{Z}_i|^2/2}. \quad (\text{A} \cdot 23)$$

したがって，新しい B は規格化された一粒子波動関数 $|\varphi_i\rangle / \sqrt{\langle \varphi_i | \varphi_i \rangle}$ に対する重なりの行列であるので，数値的な問題は生じないはずである．また， \tilde{B}_{ij} も式 (A・23) と同様に変更する．この B の再定義に応じて逆行列 B^{-1} は次のように変わることが容易にわかる

$$B_{ij}^{-1} := \frac{1}{c_i} B_{ij}^{-1} \frac{1}{c_j}. \quad (\text{A} \cdot 24)$$

このように再定義しても，式 (A・7), (A・9), (A・12) はそのままの形で，前と同じ \mathcal{T} と \mathcal{V} が求まることになる（この場合，式 (A・12) から得られる行列要素は規格化された一粒子波動関数をとったときのものになる）．また， $\mathbf{G}, F, \mathbf{D}$ の定義式 (A・17), (A・20), (A・21) をそのままの形に保つと，それらは再定義により，

$$\mathbf{G}_{ih} := \frac{1}{c_i} \mathbf{G}_{ih} c_h, \quad F_{ik}^\beta := c_i F_{ik}^\beta c_k, \quad \mathbf{D}_{ik}^\beta := c_i \mathbf{D}_{ik}^\beta c_k \quad (\text{A} \cdot 25)$$

と変更される．したがって，式 (A・18), (A・19) は同じ形のままで，正しい $\partial \mathcal{T} / \partial \mathbf{Z}_h^*$, $\partial \mathcal{V} / \partial \mathbf{Z}_h^*$ が得られる．ただし，この場合，式 (A・16) はもはや成り立たない．

付録 B.

— 密度依存相互作用の計算方法 —

ここでは，AMD で密度依存相互作用

$$V_\rho = \frac{t_\rho}{6} \sum_{i < j} X_{ij} \rho(\mathbf{r}_i)^\sigma \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad (\text{B} \cdot 1)$$

を用いる場合のその期待値の計算方法を説明する．

AMD の波動関数から計算される $\rho(\mathbf{r})$ を用いると， V_ρ の期待値は

$$\mathcal{V}_\rho = \langle V_\rho \rangle = \frac{t_\rho}{16} \int d\mathbf{r} \mu(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r})^\sigma \quad (\text{B} \cdot 2)$$

と書ける．ただし，

$$\mu(\mathbf{r}) = \sum_\alpha \tilde{\rho}_\alpha(\mathbf{r}) \rho_\alpha(\mathbf{r}), \quad \rho(\mathbf{r}) = \sum_\alpha \rho_\alpha(\mathbf{r}), \quad (\text{B} \cdot 3)$$

$$\rho_\alpha(\mathbf{r}) = \left(\frac{2\nu}{\pi}\right)^{3/2} \sum_{i,j \in \alpha} e^{-2(\sqrt{\nu}(\mathbf{r} - (\mathbf{Z}_i^* + \mathbf{Z}_j)/2))^2} B_{ij} B_{ji}^{-1}, \quad (\text{B} \cdot 4)$$

$$\tilde{\rho}_\alpha(\mathbf{r}) = \sum_\beta \frac{4}{3} \langle \alpha\beta | X | \alpha\beta - \beta\alpha \rangle \rho_\beta(\mathbf{r}) \quad (\text{B} \cdot 5)$$

である．式 (B・2) を解析的に計算することは， σ が整数でないときには不可能であり， $\sigma = 1$ のように整数であっても 6 重ループなどが登場して実際計算は困難になるので， \mathcal{V}_ρ をモンテカルロ法を用いて評価することにする．適当な重み関数 $\mu_w(\mathbf{r})$ にしたがって N_{TP} 個のテスト粒子 \mathbf{r}_k ($k = 1, \dots, N_{\text{TP}}$) をランダムに生成すると

$$\mathcal{V}_\rho \approx \frac{t_\rho}{16 N_{\text{TP}}} \sum_{k=1}^{N_{\text{TP}}} \frac{\mu(\mathbf{r}_k)}{\mu_w(\mathbf{r}_k)} \rho(\mathbf{r}_k)^\sigma, \quad F = \int d\mathbf{r} \mu_w(\mathbf{r}) \quad (\text{B} \cdot 6)$$

によって， \mathcal{V}_ρ の値が近似的に求まる．任意の重み関数 $\mu_w(\mathbf{r})$ は，積分 (B・2) に寄与する領域を効率的に覆い，かつテスト粒子の生成が数値的に容易にできるように選ばなければならないが，ここでは，物理座標 $\mathbf{R}_i = \text{Re } \mathbf{W}_i / \sqrt{v}$ を用いた近似的な密度

$$\rho_w(\mathbf{r}) = \left(\frac{2v}{\pi}\right)^{3/2} \sum_i e^{-2v(\mathbf{r}-\mathbf{R}_i)^2} \quad (\text{B} \cdot 7)$$

を利用して，

$$\mu_w(\mathbf{r}) = \rho_w(\mathbf{r})^2 = \left(\frac{2v}{\pi}\right)^3 \sum_{ij} e^{-v(\mathbf{R}_i-\mathbf{R}_j)^2} e^{-4v(\mathbf{r}-(\mathbf{R}_i+\mathbf{R}_j)/2)^2}, \quad (\text{B} \cdot 8)$$

$$F = \left(\frac{v}{\pi}\right)^{3/2} \sum_{ij} e^{-v(\mathbf{R}_i-\mathbf{R}_j)^2} \quad (\text{B} \cdot 9)$$

とすることにした．

AMD の運動方程式を解くためには， \mathbf{Z}_h に関する \mathcal{V}_ρ の偏微分が必要であるが，これも同様にモンテカルロ法を用いて

$$\frac{\partial \mathcal{V}_\rho}{\partial \mathbf{Z}_h^*} = \frac{t_\rho}{16} \int d\mathbf{r} \left[2\tilde{\rho}_\alpha(\mathbf{r}) + \frac{\sigma \mu(\mathbf{r})}{\rho(\mathbf{r})} \right] \rho(\mathbf{r})^\sigma \frac{\partial \rho_\alpha(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{Z}_h^*} \quad (\text{B} \cdot 10)$$

$$\approx \frac{t_\rho}{16 N_{\text{TP}}} \sum_{k=1}^{N_{\text{TP}}} Y(\mathbf{r}_k) \frac{\partial \rho_\alpha(\mathbf{r}_k)}{\partial \mathbf{Z}_h^*} \quad (\text{B} \cdot 11)$$

によって評価することができる．ここで α は核子 h のスピンアイソスピンのラベルであり，

$$Y_\alpha(\mathbf{r}) \equiv \left[2\tilde{\rho}_\alpha(\mathbf{r}) + \frac{\sigma \mu(\mathbf{r})}{\rho(\mathbf{r})} \right] \frac{\rho(\mathbf{r})^\sigma}{\mu_w(\mathbf{r})} \quad (\text{B} \cdot 12)$$

とおいた．これを数値計算するには，前もって， $i, j \in \alpha$ に対して

$$S_{ij} = \sum_{k=1}^{N_{\text{TP}}} Y_\alpha(\mathbf{r}_k) \exp[-2(\sqrt{v}\mathbf{r}_k - (\mathbf{Z}_i^* + \mathbf{Z}_j)/2)^2], \quad (\text{B} \cdot 13)$$

$$\mathbf{T}_{ij} = \sum_{k=1}^{N_{\text{TP}}} Y_\alpha(\mathbf{r}_k) \sqrt{v}\mathbf{r}_k \exp[-2(\sqrt{v}\mathbf{r}_k - (\mathbf{Z}_i^* + \mathbf{Z}_j)/2)^2] \quad (\text{B} \cdot 14)$$

を計算しておき，

$$\frac{\partial \mathcal{V}_\rho}{\partial \mathbf{Z}_h^*} \approx \frac{t_\rho}{16 N_{\text{TP}}} \left(\frac{2v}{\pi}\right)^{3/2} \left[\sum_{j \in \alpha} \{2\mathbf{T}_{hj} - \mathbf{Z}_h^* S_{hj}\} B_{hj} B_{jh}^{-1} + \sum_{i, j \in \alpha} S_{ij} B_{ij} \mathbf{G}_{ih} B_{jh}^{-1} \right] \quad (\text{B} \cdot 15)$$

を求めれば， $A^2 N_{\text{TP}}$ に比例する演算量で済み，系が大きくなると二体力の計算よりもモンテカルロ法による密度依存力の計算の方が楽になる．

付録 C.

— 核物質の状態方程式の表式 —

AMD などを用いる有効相互作用に対応する核物質の温度ゼロでの状態方程式の表式を与えておく．ここでは，アイソスピンやスピンに関して非対称な場合にも使えるように， $p \uparrow, p \downarrow, n \uparrow, n \downarrow$ の密度がそれぞれ ρ_α ($\alpha = 1, 2, 3, 4$) で与えられたときの一様核物質を考える．全密度は $\rho = \sum_\alpha \rho_\alpha$ である．我々は有効相互作用を扱っているので，基底状態のエネルギーは Hartree-Fock 近似，すなわち平面波のスレーター行列式での期待値を計算すればよい．

相互作用のうち，二体相互作用の部分が式 (A.10) で与えられ，密度依存相互作用の部分が式 (B.1) で与えられる場合には，温度ゼロでの核子当たりのエネルギーは

$$E/A = E_{\text{kin}}/A + (E_d/A + E_e/A) + E_p/A \quad (\text{C.1})$$

で与えられる．ここで各項は

$$E_{\text{kin}}/A = \frac{3\hbar^2}{10M} (6\pi^2)^{2/3} \sum_\alpha \frac{\rho_\alpha^{5/3}}{\rho}, \quad (\text{C.2})$$

$$E_d/A = \frac{1}{2} \pi^{3/2} v_0 a^3 \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha\beta | X_2 | \alpha\beta \rangle \frac{\rho_\alpha \rho_\beta}{\rho}, \quad (\text{C.3})$$

$$E_e/A = -\frac{1}{12\pi^2} \frac{v_0}{a^3 \rho} \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha\beta | X_2 | \beta\alpha \rangle F(a(6\pi^2 \rho_\alpha)^{1/3}, a(6\pi^2 \rho_\beta)^{1/3}), \quad (\text{C.4})$$

$$E_p/A = \frac{t_p}{12} \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha\beta | X_p | \alpha\beta - \beta\alpha \rangle \frac{\rho_\alpha \rho_\beta}{\rho^{1-\sigma}} \quad (\text{C.5})$$

である．ただし， X_2 と X_p は，それぞれ二体相互作用と密度依存相互作用のスピンアイソスピン依存部分である．また，関数 F は

$$F(x, y) = \frac{x^3 + y^3}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{x+y}{2}\right) + \frac{x^2 - xy + y^2 - 2}{\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{x+y}{2}\right)^2\right] \\ - \frac{x^3 - y^3}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{x-y}{2}\right) - \frac{x^2 + xy + y^2 - 2}{\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right], \quad (\text{C.6})$$

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (\text{C.7})$$

である．

付録 D.

— AMD における統計的性質の計算方法 —

AMD の動力学は，式 (2.12) のような古典運動方程式によって定められるので，その統計的性質は状態密度（位相空間の体積） $\rho(E)$ で支配される．例えば，エントロピー S や温度 T は

$$S(E) = \log \rho(E), \quad \frac{1}{T(E)} = \frac{\partial S(E)}{\partial E} = \frac{1}{\rho(E)} \frac{\partial \rho(E)}{\partial E} \quad (\text{D}\cdot 1)$$

である．ここでは，AMD の変数 $\mathbf{Z}_i, \mathbf{Z}_i^*$ ($i = 1, \dots, A$) をまとめて実数変数 $\vec{x} = (x_1, \dots, x_{6A})$ で表すことにしよう． \vec{x} は正準変数ではないので注意を要する．AMD の場合には正準変数の具体的な形はわからないので，正準変数を用いた通常の古典統計力学の公式をそのまま用いることができるとは限らない．ただし，正準変数が存在することは間違いないので，それを \vec{y} と書こう．すると，状態密度 $\rho(E)$ は

$$\rho(E) = \int d\vec{y} \delta(E - \mathcal{H}) \quad (\text{D}\cdot 2)$$

となる．これを非正準変数 \vec{x} で書き直すと，

$$\rho(E) = \int d\vec{x} \mu(\vec{x}) \delta(E - \mathcal{H}(\vec{x})) \quad (\text{D}\cdot 3)$$

というように，変数変換のヤコビアン $\mu(\vec{x})$ が登場する．

このヤコビアンは運動方程式 (2.12) に現れる行列 C の行列式に等しいことが次のようにして証明できる．規格化された波動関数 $|\Psi\rangle$ を変数 \vec{x} でパラメータ化して時間依存変分原理を適用すると，運動方程式

$$\sum_j F_{ij} \frac{dx_j}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_i}, \quad F_{ij} = i \left(\left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \left| \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} \right\rangle - \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} \left| \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \right\rangle \right) \quad (\text{D}\cdot 4)$$

が得られる．この F_{ij} が変数変換のもとで二階のテンソルとして変換することと，正準変数 \vec{y} に変換したときには $\det F = 1$ となることを用いると， $\mu(\vec{x}) = \partial(\mathbf{y})/\partial(\mathbf{x}) = \sqrt{\det F}$ であることがわかる．運動方程式 (D.4) を (2.12) と見比べると， $\det F = (\det C)^2$ であるから，

$$\mu(\vec{x}) = \det C \quad (\text{D}\cdot 5)$$

である．

さて，問題は状態密度 (D.3) をどう計算するかであるが，ここで，任意の物理量 $\vec{a}(\vec{x})$ を導入し， $\sum_i a_i(\vec{x}) \partial \mathcal{H}(\vec{x}) / \partial x_i$ のエネルギー E の状態での統計平均 $\langle \vec{a} \cdot \vec{\nabla} \mathcal{H} \rangle_E$ を考えると，

$$\langle \vec{a} \cdot \vec{\nabla} \mathcal{H} \rangle_E = J(E) / \rho(E) \quad (\text{D}\cdot 6)$$

$$J(E) \equiv \int d\vec{x} \mu(\vec{x}) \delta(E - \mathcal{H}(\vec{x})) \vec{a}(\vec{x}) \cdot \frac{\partial \mathcal{H}(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \quad (\text{D}\cdot 7)$$

である．部分積分を行なうと，

$$\begin{aligned} J(E) = & - \int d\vec{x} \mu(\vec{x}) \delta(E - \mathcal{H}(\vec{x})) \left(\vec{a}(\vec{x}) \cdot \frac{\partial \log \mu(\vec{x})}{\partial \vec{x}} + \frac{\partial}{\partial \vec{x}} \cdot \vec{a}(\vec{x}) \right) \mathcal{H}(\vec{x}) \\ & + \int d\vec{x} \mu(\vec{x}) \delta'(E - \mathcal{H}(\vec{x})) \frac{\partial \mathcal{H}(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \cdot \vec{a}(\vec{x}) \mathcal{H}(\vec{x}) \end{aligned} \quad (\text{D}\cdot 8)$$

となるが，第一項は $\vec{a} \cdot \vec{\nabla} \log \mu + \vec{\nabla} \cdot \vec{a}$ の平均値を用いて書け，また，第二項は $(\partial/\partial E) E J(E)$ に等しいから，

$$\frac{1}{\rho(E)} \frac{\partial J(E)}{\partial E} = \left\langle \vec{a} \cdot \vec{\nabla} \log \mu + \vec{\nabla} \cdot \vec{a} \right\rangle_E \quad (\text{D}\cdot 9)$$

が得られる．したがって，

$$\frac{\partial}{\partial E} \left\langle \vec{a} \cdot \vec{\nabla} \mathcal{H} \right\rangle_E = \frac{\partial}{\partial E} \frac{J(E)}{\rho(E)} = -\frac{J(E)}{\rho(E)} \frac{1}{\rho(E)} \frac{\partial \rho(E)}{\partial E} + \frac{1}{\rho(E)} \frac{\partial J(E)}{\partial E} \quad (\text{D}\cdot 10)$$

$$= -\frac{1}{T(E)} \left\langle \vec{a} \cdot \vec{\nabla} \mathcal{H} \right\rangle_E + \left\langle \vec{a} \cdot \vec{\nabla} \log \mu + \vec{\nabla} \cdot \vec{a} \right\rangle_E \quad (\text{D}\cdot 11)$$

となるので，

$$T(E) = \frac{\left\langle \vec{a} \cdot \vec{\nabla} \mathcal{H} \right\rangle_E}{\left\langle \vec{a} \cdot \vec{\nabla} \log \mu + \vec{\nabla} \cdot \vec{a} \right\rangle_E - \frac{\partial}{\partial E} \left\langle \vec{a} \cdot \vec{\nabla} \mathcal{H} \right\rangle_E} \quad (\text{D}\cdot 12)$$

が得られるが，系の粒子数が大きいときには分母の第二項を無視してもよい．非正準変数を用いたので， $\vec{a} \cdot \vec{\nabla} \log \mu$ が現れていることに注意する．エネルギー E の位相空間での平均値 $\langle \rangle_E$ を長時間平均に置き換えれば，与えられたエネルギー E に対して AMD の運動方程式を長時間解きながら $\vec{a} \cdot \vec{\nabla} \mathcal{H}$ と $\vec{a} \cdot \vec{\nabla} \log \mu + \vec{\nabla} \cdot \vec{a}$ の平均値を計算することにより，エネルギーの関数としての温度 $T(E)$ を求めることができる．なお， \vec{a} は何でもよいが，正準座標に対して $a_i = x_i/2$ ，正準運動量に対して $a_i = 0$ としたときの $\langle \vec{a} \cdot \vec{\nabla} \mathcal{H} \rangle_E$ が，気体分子運動論でのビリアルに当たる．

参考文献

- 1) G. F. Bertsch and S. Das Gupta, Phys. Rev. **C29**, 673 (1984).
- 2) J. J. Molitoris and H. Stöcker, Phys. Rev. **C32**, 346 (1985).
- 3) F. Sebille, G. Royer, C. Grégoire, B. Remaud and P. Schuck, Nucl. Phys. **A501**, 137 (1989).
- 4) G. F. Bertsch and S. Das Gupta, Phys. Rep. **160**, 189 (1988).
- 5) W. Cassing, V. Metag, U. Mosel and K. Niita, Phys. Rep. **188**, 363 (1990).
- 6) C. Gregoire, B. Remaud, F. Sebille, L. Vinet and Y. Raffray, Nucl. Phys. **A465**, 317 (1987).
- 7) A. Ohnishi, H. Horiuchi and T. Wada, Phys. Rev. **C41**, 2147 (1990).
- 8) J. Aichelin and H. Stöcker, Phys. Lett. **B176**, 14 (1986);
J. Aichelin, Phys. Rep. **202**, 233 (1991).
- 9) G. Peilert, H. Stöcker, W. Greiner, A. Rosenhauer, A. Bohnet and J. Aichelin, Phys. Rev. **C39**, 1402 (1989).
- 10) A. Bohnet, N. Ohtsuka, J. Aichelin, R. Linden and A. Faessler, Nucl. Phys. **A494**, 34 (1989).
- 11) Toshiki Maruyama, A. Ohnishi, and H. Horiuchi, Phys. Rev. **C42**, 386 (1990).
- 12) C. Hartnack, Li Zhuxia, L. Neise, G. Peilert, A. Rosenhauer, H. Sorge, J. Aichelin, H. Stöcker and W. Greiner, Nucl. Phys. **A495**, 303c (1989).

- 13) A. Ohnishi, Toshiki Maruyama and H. Horiuchi, *Prog. Theor. Phys.* **87**, 417 (1992).
- 14) D. H. Boal and J. N. Glosli, *Phys. Rev.* **C38**, 2621 (1988);
D. H. Boal, J. N. Glosli and C. Wicentowich, *Phys. Rev.* **C40**, 601 (1989).
- 15) C. Y. Wong, *Phys. Rev.* **C25**, 1460 (1982).
- 16) H. Feldmeier, *Nucl. Phys.* **A515**, 147 (1990).
- 17) H. Horiuchi, *Nucl. Phys.* **A522**, 257c (1991);
H. Horiuchi, Toshiki Maruyama, A. Ohnishi and S. Yamaguchi, preprint (KUNS 1028, Kyoto University).
- 18) H. Horiuchi, Toshiki Maruyama, A. Ohnishi, and S. Yamaguchi, in *Proc. Int. Conf. on Nuclear and Atomic Clusters, Turku, 1991*, edited by M. Brenner, T. Lönnroth and F. B. Malik, (Springer) p. 512;
in *Proc. Int. Symp. on Structure and Reactions of Unstable Nuclei, Niigata, 1991*, edited by K. Ikeda and Y. Suzuki, (World Scientific) p. 108.
- 19) Y. Kanada-En'yo and H. Horiuchi, preprint KUNS 1271, to be published in *Prog. Theor. Phys.*
- 20) H. Horiuchi, Y. Kanada-En'yo and A. Ono, *Z. Phys.* **A349**, 279 (1994).
- 21) S. Drożdż, J. Okolowcz and M. Ploszajczak, *Phys. Lett.* **109B**, 145 (1982);
E. Caurier, B. Grammaticos and T. Sami, *Phys. Lett.* **109B**, 150 (1982).
- 22) W. Bauhoff, E. Caurier, B. Grammaticos and M. Ploszajczak, *Phys. Rev.* **C32**, 1915 (1985).
- 23) M. Saraceno, P. Kramer and F. Fernandez, *Nucl. Phys.* **A405**, 88 (1983).
- 24) A. Ono, H. Horiuchi, Toshiki Maruyama and A. Ohnishi, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2898 (1992).
- 25) A. Ono, H. Horiuchi, Toshiki Maruyama and A. Ohnishi, *Prog. Theor. Phys.* **87**, 1185 (1992).
- 26) A. Ono, H. Horiuchi, Toshiki Maruyama and A. Ohnishi, *Phys. Rev.* **C47**, 2652 (1993).
- 27) A. Ono, H. Horiuchi and Toshishi Maruyama, *Phys. Rev.* **C48**, 2946 (1993).
- 28) A. Ono and H. Horiuchi, to appear in *Phys. Rev.* **C51** (1995).
- 29) A. S. Goldhaber, *Phys. Lett.* **B53**, 306 (1974).
- 30) D. Klakow, G. Welke and W. Bauer, *Phys. Rev.* **C48**, 1982 (1993).
- 31) J. Péter, in *Proc. Int. Symp. on Heavy Ion Physics and Its Application, Lanzhou, 1990*, edited by W. Q. Shen et al., (World Scientific, Singapore, 1991), p.191.
- 32) J. Péter, J. P. Sullivan, D. Cussol, G. Bizard, R. Brou, M. Louvel, J. P. Patry, R. Regimbart, J. C. Steckmeyer, B. Tamain, E. Crema, H. Doubre, K. Hagel, G. M. Jin, A. Péghaire, F. Saint-Laurent, Y. Cassagnou, R. Legrain, C. Lebrun, E. Rosato, R. MacGrath, S. C. Jeong, S. M. Lee, Y. Nagashima, T. Nakagawa, M. Ogihara, J. Kasagi and T. Motobayashi, *Phys. Lett.* **B237**, 187 (1990).
- 33) J. P. Sullivan, J. Péter, D. Cussol, G. Bizard, R. Brou, M. Louvel, J. P. Patry, R. Regimbart, J. C. Steckmeyer, B.

- Tamain, E. Crema, H. Doubre, K. Hagel, G.M. Jin, A. Péghaire, F. Saint-Laurent, Y. Cassagnou, R. Legrain, C. Lebrun, E. Rosato, R. MacGrath, S. C. Jeong, S. M. Lee, Y. Nagashima, T. Nakagawa, M. Ogihara, J. Kasagi and T. Motobayashi, Phys. Lett. **B249**, 8 (1990).
- 34) G. D. Westfall, W. Bauer, D. Craig, M. Cronqvist, E. Gualtieri, S. Hannuschke, D. Klakow, T. Li, T. Reposeur, A. M. Vander Molen, W. K. Wilson, J. S. Winfield, J. Yee, S. J. Yennello, R. Lacey, A. Elmaani, J. Lauret, A. Nadasen, and E. Norbeck, Phys. Rev. Lett. **71**, 1986 (1993).
- 35) K. G. R. Doss, H.-A. Gustafsson, H. Gutbrod, J. W. Harris, B. V. Jacak, K.-H. Kampert, B. Kolb, A. M. Poskanzer, H.-G. Ritter, H. R. Schmidt, L. Teitelbaum, M. Tincknell, S. Weiss and H. Wieman, Phys. Rev. Lett. **59**, 2720 (1987).
- 36) A. Houdayer, N. E. Davison, S. A. Elbakr, A. M. Sourkes, W. T. H. van Oers and A. D. Bacher, Phys. Rev. **C18**, 1985 (1978).
- 37) A. Volkov, Nucl. Phys. **75**, 33 (1965).
- 38) J. Dechargé and D. Gogny, Phys. Rev. **C43**, 1568 (1980).
- 39) 小野 章 , 修士論文 , 京都大学 (1992).
- 40) F. Pühlhofer, Nucl. Phys. **A280**, 267 (1977).
- 41) Toshiki Maruyama, A. Ono, A. Ohnishi and H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. **87**, 1367 (1992).
- 42) J. Czudek, L. Jarczyk, B. Kamys, A. Magiera, R. Siudak, A. Strzałkowski, B. Styczen, J. Hebenstreit, W. Oelert, P. von Rossen, H. Seyfarth, A. Budzanowski, and A. Szczurek, Phys. Rev. **C43**, 1248 (1991).
- 43) A. Szczurek, A. Budzanowski, L. Jarczyk, A. Magiera, K. Möhring, R. Siudak and T. Srokowski, Z. Phys. **A338**, 187 (1991).
- 44) N. Brummund, Thesis, Univ. of Münster.
- 45) R. Dayras, A. Pagano, J. Barrette, B. Berthier, D. M. De Castro Rizzo, E. Chavez, O. Cisse, R. Legrain, M. C. Mermaz and E. C. Pollacco, Nucl. Phys. **A460**, 299 (1986).
- 46) A. Ohnishi, Toshiki Maruyama and H. Horiuchi, in *Proc. Tours Symp. on Nuclear Physics, Tours, 1991*, edited by M. Ohta and B. Remaud, (World Scientific, Singapore, 1992), p.110.
- 47) T. Wada, S. Yamaguchi and H. Horiuchi, Phys. Rev. **C41**, 160 (1990).
- 48) K. Hagel, M. Gonin, R. Wada, J. B. Natovitz, B. H. Sa, Y. Lou, M. Gui, D. Utley, G. Nebbia, D. Fabris, G. Prete, J. Ruiz, D. Drain, B. Chambon, B. Cheynis, D. Guinet, X. C. Hu, A. Demeyer, C. Pastor, A. Giorni, A. Lleres, P. Stassi, J. B. Viano, and P. Gonthier, Phys. Rev. **C68**, 2141 (1992).
- 49) 丸山敏毅 , 博士論文 , 京都大学 (1992).
- 50) J. P. Bondorf, R. Donangelo, I. N. Mishustin, C. J. Pethick, H. Schulz and K. Sneppen, Nucl. Phys. **A443**, 321 (1985);

- J. P. Bondorf, R. Donangelo, I. N. Mishustin and H. Schulz, Nucl. Phys. **A444**, 460 (1985);
H. W. Barz, J. P. Bondorf, R. Donangelo, I. N. Mishustin and H. Schulz, Nucl. Phys. **448**, 753 (1986).
- 51) Sa Ban-Hao and D. H. E. Gross, Nucl. Phys. **A437**, 643 (1985);
Zhang Xiao-Ze, D. H. E. Gross, Xu Shu-Yan and Zheng Yu-Ming, Nucl. Phys. **A461**, 641, 668 (1987).
- 52) G. Fáti and J. Randrup, Nucl. Phys. **A404**, 551 (1983).
- 53) E. I. Tanaka, A. Ono, H. Horiuchi, Tomoyuki Maruyama and A. Engel, preprint KUNS 1319, submitted to Phys. Rev. C.
- 54) D. Brink, Proc. Int. School of Phys. “Enrico Fermi” course 36 (1965), ed. C. Bloch, p.247.